

INSTITUZIONI

DI

FISICA SPERIMENTALE

DI

GABRIELE FERGOLA

PROFESSORE AGGIUNTO ALLA CATTEDRA DI ASTRONOMIA

NELLA REGIA UNIVERSITÀ DI NAPOLI

PER USO

DEL SUO STUDIO PRIVATO.

VOL. I.



NAPOLI

NELLA TIPOGRAFIA SANGIACOMO.

1831.

Le copie non munite della qui sotto segnata firma saranno in contravvenzione.

Gabriele [illegible]

PREFAZIONE.

L' opera, che ti presento, discreto leggitore, è una Instituzione di Fisica sperimentale, ove ho cercato di rapportare con ordine geometrico quanto di più interessante finora si conosce in questa scienza. Quantunque l' oggetto della Fisica sia quello di esporre tutti i fenomeni dell' Universo, e d' investigar le cagioni da cui gli stessi fenomeni dipendono; pur non di meno, affin di rendere poco voluminosa una Instituzione di questa scienza, e facile ad apprendersi nel corso di un anno, sarà sufficiente esporre le cagioni, da cui alquanti fenomeni derivano, per poter gli altri dello stesso genere in simil guisa spiegare. Quindi in queste Instituzioni non ho creduto con molti esperimenti avvalorare alcune tra le verità, che con rigor geometrico ne sono dimostrate. Gli esperimenti e le osservazioni a colui, che scrive una Instituzione di Fisica, debbono essere di guida alla investigazione delle cagioni, da cui i differenti fenomeni son prodotti, ed

a coloro, che le Instituzioni di questa scienza di già appresero, son di mezzo a poter i loro ingegni esercitare nello spiegar quegli altri fenomeni, che ivi non furono riferiti. Oltre a che per poter di tanti fenomeni in un Corso di Fisica ragionare, converrebbe, che si esponessero completi Trattati di quelle scienze, che naturali si appellano. E chi è mai così ardito, che voglia presumere di conoscere appieno la Meccanica, la Statica, l' Idrodinamica, l' Acustica, l'Ottica, l'Astronomia, la Chimica, l' Anatomia, la Fisiologia, la Storia naturale? E come mai si potrebbero tutte queste scienze nei loro diversi rami insegnare nel breve corso di un anno, e dare le spiegazioni dei particolari fenomeni, che esse ci offrono! Dunque dovrà credersi completa una Instituzione di Fisica, se in essa i principali fenomeni dell' Universo si espongano, e le spiegazioni di questi si riferiscano, potendosi gli altri rilevare dalle medesime cagioni, o pur da altre, che forse il tempo farà conoscere. Ciò è quanto ho avuto di mira nell' ordire la presente Instituzione.

INSTITUZIONI

DI

FISICA SPERIMENTALE

LIBRO PRIMO.

DELLA MECCANICA.

CAP. I.

NOZIONI PRELIMINARI.



§. 1. *Def. I.* Gli effetti, che nell'immenso spazio dell'Universo da naturali cagioni vengono prodotti, *fenomeni* si domandano.

§. 2. *Def. II.* La *Fisica* è quella scienza, che ha per oggetto di esporre tutti i fenomeni dell'Universo, e d'investigar le cagioni, da cui essi ne son prodotti.

§. 3. *Def. III.* I fenomeni naturali si *osservano*, o pure si *sperimentano*, secondo che i corpi, che tali fenomeni manifestano si trovino nel loro stato naturale, ovvero sieno artificialmente assoggettati a produrre quei fenomeni.

§. 4. *Cor.* Adunque le *osservazioni*, e le *sperienze* sono i principii, da cui la Fisica,

spesso anche per mezzo della Geometria e del Calcolo, deduce le verità, che alla determinazione delle cagioni produttrici dei fenomeni ne conducono.

§. 5. *Scol.* Qualora dalle osservazioni e dalle sperienze non si può determinare la cagione produttrice di taluni fenomeni, convien adottare qualche ipotesi, che per potersi ad ogni altra preferire debbe essere escogitata a norma delle seguenti regole, che dal Newton furono proposte.

§. 6. *Regola I. Dei fenomeni naturali non si debbono ammettere più cagioni, qualora per la spiegazione di essi vi si può soddisfare con minor numero di cagioni.*

Poichè la natura è semplice, nè usa lusso nelle cagioni.

§. 7. *Regola II. Gli effetti naturali del medesimo genere debbono essere prodotti dalle medesime cagioni.*

§. 8. *Regola III. Le qualità dei corpi, che non sono soggette a cangiamento, e che sono comuni a tutti i corpi, nei quali possono istituirsi gli esperimenti, si debbono avere come qualità comuni a tutti i corpi.*

§. 9. *Def. IV.* Chiamansi *proprietà generali della materia* quelle proprietà dei corpi, che sono da essi inseparabili, e che sono sempre le medesime in qualunque tempo, in qualunque luogo, ed in qualsivoglia circostanza: laddove si dicono *proprietà particolari della materia* quelle proprietà di taluni corpi, che ad essi competono per accidente, tal che la privazione di quelle non porta seco la distruzione di questi.

§. 10. *Def. V.* Le proprietà generali della materia finora conosciute sono l' *estensione*, la *divisibilità*, la *figurabilità*, l' *impenetrabilità* o *solidità*, la *porosità*, la *rarefattibilità*, la *condensabilità*, la *mobilità*, l' *inerzia*, e l' *attrazione*.

§. 11. *Scol.* Nel seguente capo farem conoscere soltanto quelle proprietà generali della materia, che facilmente si possono ravvisare, e nel corso di queste Instituzioni dai fenomeni, che saranno esposti, si rileveranno le rimanenti.

CAP. II.

DELLE PROPRIETA' GENERALI DELLA MATERIA.

§. 12. *Def. VI.* Ogni sostanza estesa ed impenetrabile chiamasi *corpo*.

§. 13. *Def. VII.* L' *estensione* è quella proprietà, che si ravvisa nei corpi di essere lunghi, larghi, e profondi.

§. 14. *Scol.* Quantunque di alcuni corpi, per cagione della loro estrema picciolezza, non possa affigurarsi la estensione in lunghezza, larghezza, e profondità; pur non di meno essendo dotati di questa triplice dimensione tutti quei corpi, che possono affigurarsi, dovrà conchiudersi (§. 8.), che essa debba appartenere benanche a tutti gli altri.

§. 15. *Def. VIII.* La *divisibilità* è quella proprietà dei corpi, mercè la quale ciascuno di essi, ancorchè sia estremamente picciolo, si può concepire in più parti diviso.

§. 16. *Scol.* La divisibilità della materia può soltanto provarsi relativamente ai corpi, che

sono di una grandezza sensibile; poichè a ciascuno è noto potersi taluni corpi dividere in 2, in 4, in 6, in 10, in 1000, ec. parti uguali. Ma quando la divisione di un corpo è spinta fino ad un certo termine, quel corpo cessa di essere divisibile, o lo è all' infinito? Questa è una quistione alla quale è difficile di rispondere, ma la cui soluzione non influisce ai progressi della Fisica. Le sperienze però ne fan conoscere potersi la divisione della materia spingere tanto oltre, che la nostra immaginazione si smarrisce e si confonde. Dunque è ragionevole di quì rapportare alcuni esperimenti, dai quali la divisione di una picciola quantità di materia in un immenso numero di parti si rilevi.

Esperienza I. Pongasi un oncia di acqua entro un picciol globo di rame, che sia guernito di un sottilissimo orifizio, ed esso situasi sopra un fuoco assai violento, tal che possa bollire. Appena cominciata l' ebollizione si vedrà uscir fuori dall' orifizio del vase una piramide di vapori, che occupa lo spazio di circa 32 pollici cubici, ed altre piramidi di vapori continueranno ad uscire per lo spazio di 18 minuti primi, che equivalgono a 1080 minuti secondi. Or se in ciascun secondo l' orifizio del globo si rivolga ad un punto diverso, nel tempo di 18 minuti primi dovranno uscire da quell' orifizio 1080 piramidi, di cui ciascuna è di 32 pollici cubici. Dunque un' oncia di acqua ridotta in vapore occupa lo spazio di 1080 volte 32 pollici cubici, ovvero di 34560 pollici cubici. Ma la lunghezza di un pollice da un perito Artefice si può dividere agevolmente in 100 parti visibili ad occhio nudo. Dunque nel quadrato di un pollice vi si

debbono contenere 10000 parti visibili ad occhio nudo, e nel cubo 1000000 di simili particelle. Il perchè in 34560 pollici cubici si dovran contenere 34560 milioni di particelle visibili ad occhio nudo. E perciò un' oncia di acqua in forza dell' ebollizione resta divisa in 34560 milioni di particelle visibili ad occhio nudo.

Esper. II. Un grano di oro, che è la seicentesima parte di un' oncia, vien disteso dai Battitori di oro a segno, che formano una foglia di 50 pollici quadrati. Ma ogni pollice quadrato può dividersi in 10000 parti visibili ad occhio nudo. Dunque in 50 pollici quadrati debbono contenersi 500000 parti visibili ad occhio nudo. Il perchè un grano di oro può dividersi in 500000 parti visibili ad occhio nudo.

Esper. III. Da un pezzettino di muschio esala un grandissimo numero di particelle odorifere, in modo che vien infettato un intiero edifizio, ove esso siasi tenuto esposto per qualche tempo; pur tuttavia quel pezzettino di muschio alla fine del medesimo tempo non si troverà sensibilmente diminuito di peso. Quale dev' essere dunque la sottigliezza delle particelle, che si staccano dal muschio, e ne infettano quell' edifizio?

§. 17. *Cor.* Da quanto finora si è detto potrà conchiudersi, 1.° che la divisibilità ideale della materia non ha limiti, 2.° che la divisibilità reale della materia può spingersi fino ad un certo termine, nel quale le particelle, in che resta diviso il corpo sono più picciole di quelle, che possiamo immaginare, 3.° e che questa divisione è la sola certa, la sola, che dall' esperienza si può rilevare.

§. 18. *Def. IX.* La *figurabilità* è quella proprietà, che hanno i corpi di essere ciascuno terminato da superficie.

§. 19. *Def. X.* L' *impenetrabilità* o la *solidità* è quella proprietà, che possiede ciascun corpo di non poter essere compenetrato da altro corpo, o sia di non poter fare occupare nel medesimo tempo ad altro corpo il luogo, che esso occupa.

§. 20. *Scol.* L' impenetrabilità o la solidità è una forza così efficace e poderosa, che sola varrebbe a distruggere tutte le forze di natura, ancorchè cospirassero a volerne intromettere una particella di materia nel luogo, ove si giace un' altra. Dunque questa forza era necessaria nell' Universo materiale, perchè quivi si conservasse la medesima quantità di materia, e potessero i corpi da altri ricevere moto e divisione. Ma poichè in tal guisa vengono i corpi dal loro distruggimento preservati, essa dev' essere quel *principio di conservazione*, onde Iddio ottimo massimo li mantiene nel loro essere, e gl' impedisce d' immergersi nel sen del nulla. Or sebbene vi sieno alcuni corpi, di cui non si appercepisca facilmente la impenetrabilità; pur tuttavia gli sperimenti ne fan conoscere, che essi sieno impenetrabili.

Esper. Si prenda un tubo cilindrico di metallo ben forte, e che sia aperto da una parte, ed ermeticamente chiuso dall' altra, ed in esso vi si adatti uno stantuffo, che vi combaci sì bene, che non lasci passare l' aria tra le sue pareti e quelle del cilindro. Impiegando una certa forza si potrà spingere lo stantuffo entro al cilindro fino ad una certa profondità; poichè l'aria,

che nel cilindro si contiene, può ridursi ad occupare uno spazio minore; ma per qualunque forza si adoperi non si potrà mai spingere lo stantuffo fino al fondo del cilindro.

§. 21. *Cor.* Dunque l'aria è impenetrabile, e con maggiore ragione (§. 8) l'impenetrabilità dee competere a tutti gli altri corpi dell'Universo.

§. 22. *Scol.* Le particelle di taluni corpi talvolta vanno ad allogarsi tra gli spazii, che sono tra le particelle di altri, ed essi corpi sembrano compenetrarsi. Quindi negli esperimenti, che si adducono per mostrare l'impenetrabilità della materia, convien distinguere la grandezza apparente dei corpi dalla loro solidità reale; poichè l'impenetrabilità della materia appartiene alle parti solide dei corpi, che si trovano insieme ligate in un medesimo tutto; e non già al composto, che ne risulta.

§. 23. *Def. XI.* La *porosità* è quella proprietà dei corpi di avere tra le loro parti solide alcuni interstizii privi della propria sostanza. Questi interstizii si dicono *pori*. Tali sono le cellule, che veggonsi in una spugna, che sono altrettanti pori di essa: tali sono anche i piccioli fori, che con un microscopio veggonsi in una sottile lamina di legno, ec.

§. 24. *Scol.* Dalle sperienze, che quì vengono indicate, si potrà rilevare, che tutti i corpi sieno porosi.

Esper. I. I corpi più duri, come sono il platino e l'oro, esposti al calore del fuoco ne son penetrati a segno, che concepiscono un grado di calore in tutta la loro massa, e se il fuoco sarà violento, opererà con tanta forza nella

massa medesima, che internandosi tra le varie particelle di quelli, e facendo quivi le veci di cuneo supererà la forza della loro naturale coerenza, e separando le une dalle altre le ridurrà nello stato di fusione. La qual cosa non potrebbe in alcun modo avvenire, se non vi fossero in quei tali corpi innumerabili pori, nei quali il calorico si potesse internare.

Esper. II. La porosità dei metalli, dei legni, e di altre durissime sostanze può provarsi ugualmente riducendoli in lamine sottilissime, le quali non sono opache come i corpi, da cui son formate, ma trasparenti all' eccesso. Il che non potrebbe aver luogo se in quelle sostanze non vi fossero innumerabili pori, a traverso dei quali potesse passare la luce.

Esper. III. Si formi un miscuglio di spirito di vino e di un colore ridotto in minutissima polve, e si versi sopra un marmo a sufficienza riscaldato. Dipoi si lasci raffreddare il marmo, e si seghi in lamine di quella grossezza, che piace. Si troverà quel colore internato nella massa del marmo. Dunque il colore ha dovuto penetrare la massa del marmo a traverso dei pori.

§. 25. *Cor.* Dalle precedenti sperienze e da altre, che per brevità si tralasciano, si può rilevare, che la porosità è una proprietà, che appartiene a tutti i corpi.

§. 26. *Scol. I.* I differenti corpi dell' Universo non sono tutti ugualmente porosi; poichè a misura che essi contengono una maggiore o minore quantità di materia sotto lo stesso volume, debbono contenere minore o maggiore quantità di pori, o pori meno o più grandi. Così il

platino e l'oro debbono contenere minor numero di pori, o pori più piccioli dell'argento, del rame, del piombo, ec.; poichè le prime sostanze contengono maggior quantità di materia delle seconde sotto lo stesso volume, come in appresso sarà dimostrato.

§. 27. *Scol. II.* Alcuni corpi ammettono nei loro pori certi fluidi, mentre altri non possono insinuarvisi, e taluni fluidi penetrano nei pori di un corpo, mentre non possono penetrare in quelli di un altro. Così il marmo ammette nei suoi pori lo spirito di vino e gli olii, e non già l'acqua: le gomme vengono penetrate dall' acqua, e non già dallo spirito di vino; laddove le resine ne son penetrate dallo spirito di vino e dagli olii, ma non vengono penetrate dall' acqua. L'acido nitrico s'insinua tra i pori dell'argento, e lo scioglie, mentre non altera l'oro: l'acido nitro-muriatico, o acqua regia s'insinua tra i pori dell'oro e lo discioglie, mentre non altera l'argento. Una tal differenza non può provenire soltanto dall' essere i pori di una sostanza più grandi di quelli di un altra; poichè se i pori delle gomme sieno più grandi di quelli delle resine, e le particelle dell'acqua più grandi di quelle dello spirito di vino, l'acqua potrà insinuarsi nelle gomme, e non già nelle resine. Ma per qual ragione le particelle dello spirito di vino più delicate di quelle dell'acqua, non possono insinuarsi tra i pori delle gomme più aperti di quelli delle resine, nei quali esse penetrano sì facilmente? La sola grandezza dei pori del corpo da disciogliersi, e della picciolezza delle particelle del dissolvente non basta per ispiegare questi fenomeni,

quantunque probabilmente in parte vi debba contribuire. Convien perciò aggiungervi un' altra causa. Questa dev'essere forse la figura dei pori del corpo da disciogliersi, che dev'essere adattata alla figura delle particelle del dissolvente. Dunque sembra sicuro, che i pori sieno di figure differenti nei differenti corpi.

§. 28. *Def. XII.* La quantità di materia, che si contiene in un corpo, dicesi *massa* di esso, e lo spazio, che occupa un corpo, chiamasi *volume* dello stesso corpo.

§. 29. *Def. XIII.* La *densità* di un corpo è la quantità di materia, che esso contiene in un dato volume.

§. 30. *Cor. I.* Dunque se due corpi abbiano uguali volumi e disuguali masse, sarà maggiore la densità di quel corpo, di cui la massa è maggiore, e viceversa. In generale se due corpi abbiano uguali volumi e disuguali masse, che si dinotino con M ed m, le densità di essi D e d saranno tra se nella ragione di $M : m$.

§. 31. *Cor. II.* Se due corpi abbiano uguali densità, e disuguali volumi, che si dicano V e v; le masse di essi M ed m saranno tra se nella ragione dei volumi; cioè dovrà stare $M : m :: V : v$.

§. 32. *Cor. III.* Sieno M ed m le masse di due corpi, le cui densità si dinotino con D e d respettivamente, e con V e v loro volumi, e sia M' la massa di un altro corpo, che abbia la densità D e'l volume v. Dovrà stare $M : M' :: V : v$ (§. 31.), ed $M' : m :: D : d$ (§. 30.). Dunque componendo le prime e le seconde ragioni delle precedenti analogie, si avrà $M : m :: (V : v)(D : d)$. Vale a dire, che *le masse di due corpi*

sono nella ragion composta dei volumi di essi corpi, e delle loro densità.

§. 33. *Def. XIV.* La *rarefattibilità* è quella proprietà, che hanno i corpi di acquistare un maggior volume, qualora vengono penetrati dal calore. L'aumento di volume dei corpi cagionato dal calore chiamasi *rarefazione* di essi.

§. 34. *Cor.* Le sperienze ne fan conoscere, che ciascun corpo aumenta di volume o si rarefà (§. 24. *Esper. I.*) allor che si riscalda. Dunque la rarefattibilità è una proprietà, che appartiene a tutti i corpi.

§. 35. *Def. XV.* La *condensabilità* è quella proprietà, che hanno i corpi di diminuire il volume allor che si raffreddano.

§. 36. *Cor.* E poichè i corpi aumentano di volume qualora ne son riscaldati; l'è chiaro, che essi debbano diminuire i loro rispettivi volumi allor che si raffreddano. Dunque la condensabilità è una proprietà, che compete a tutti i corpi.

§. 37. *Def. XVI.* La *mobilità* è quella proprietà, che hanno i corpi di poter esser posti in moto.

§. 38. *Cor.* Poichè ciascun corpo mediante una forza sufficiente, che ad esso s'imprime, si pone in moto; l'è chiaro, che la mobilità dev' essere una proprietà, che compete generalmente a tutti i corpi.

CAP. III.

DELLE DIFFERENTI SPECIE DI MOTI, DI QUIETE, E DI VELOCITA'.

§. 39. Quantunque la materia fregiata siane di molte proprietà, pure di per se non vale a produrre alcun fenomeno, se non venga a muoversi animata. Il perchè dalle proprietà della materia e dalle generali leggi dei movimenti, che sieguono i corpi allor che vengono animati a muoversi, debbono rilevarsi le spiegazioni di quei tanti fenomeni, che avvengono sotto ai nostri sensi. Adunque per poter intendere le leggi, che Natura siegue nella produzione dei fenomeni, convien che quelle del movimento si espongano.

§. 40. *Def. XVII.* Un corpo dicesi in *assoluta quiete*, se ciascuna particella di esso occupi sempre lo stesso luogo nello spazio, ed in ogni altro caso il corpo si dirà in *assoluto movimento*.

§. 41. *Def. XVIII.* Quella Scienza, che ha per oggetto i moti dei corpi solidi, e le forze, che gl' investono, si addimanda *Meccanica* (1).

§. 42. *Def. XIX.* Qualora un corpo ne vien trasportato sopra un altro, esso si dirà trovarsi in una *quiete relativa*, se considerasi soltanto che non cangia di distanza rispetto alle parti dell' altro corpo.

---

(1) *La piupparte delle verità, ed alcune poche definizioni, che in questo e nei due seguenti libri vengono esposte, le ho trascritte dalle* Prelezioni sui Principii Matematici del Newton, *che negli anni 1792 e 1793 furono pubblicate da mio Zio Nicola Fergola.*

§. 43. *Def. XX.* Il movimento di un corpo dirassi *rettilineo* o *curvilineo* secondo che esso muovendosi ne percorra una linea retta o pure una curva qualunque. E quel movimento si dirà *rotatorio* o di *rotazione* se una retta distesa entro a quel corpo mantengasi immobile, ed esso corpo si aggiri intorno a tal retta, la quale *asse di rotazione* sarà chiamata.

§. 44. *Def. XXI.* Il movimento rettilineo o curvilineo di un corpo dirassi *assoluto* o *relativo*, secondo che si consideri in tal movimento quella linea retta o curva, che vien percorsa dal corpo, o pure si considerino le distanze, che quel corpo in diversi istanti del suo movimento serbi da un altro, che siane in riposo, o pure in movimento.

§. 45. *Risch.* Per chiarire le precedenti definizioni con un esempio, si concepisca, che (*fig. 1.*) il corpo *BDC* muovendosi ne percorra la linea retta *AEF*, o pure la curva *AGEHF*, e che l'altro corpo *LM* ne stia immobile, o pur si muova per una qualunque linea *KNO*. Il movimento del corpo *BDC* si dirà assoluto qualora si considerino le porzioni della linea retta *AEF*, o della curva *AGEHF*, che ne sono successivamente percorse da esso corpo. Quel movimento poi si dirà relativo, allor che si considerino le differenze delle distanze del punto *A* dall'altro *K*; tal che se il corpo *LM* ne stia immobile, ed in un certo tempo il corpo *BCD* ne abbia percorsa la linea retta *AEF*, o pure la curva *AGEHF*, il movimento di questo corpo relativamente al primo sarà quanto la differenza delle due distanze *KA*, *KF* del punto *K* dagli altri *A* ed *F*. Che se mentre il corpo *BCD* ne passi

dal luogo *A* nell'altro *F*, il corpo *LM* dal luogo *K* ne pervenga nell' altro *N*, il moto del corpo *BCD* relativamente all' altro *LM* dovrà essere quanto la differenza delle due *KA*, *NF*, che il punto *A* serba dall'altro *K* nel principio e nella fine di quel movimento.

§. 46. *Cor. I.* Un corpo può trovarsi in assoluto movimento, ed esserne in relativa quiete. Tale (*fig.* 2.) è il caso della mosca *A*, che stia ferma ed immobile nel luogo *A* della ruota *ABCD*, mentre questa si aggiri intorno all'asse disteso pel centro *O* di essa.

§. 47. *Cor. II.* Un corpo può trovarsi in assoluta quiete, ed esserne in relativo movimento. In fatti se mentre la ruota *ABCD* si aggiri intorno al suo asse per *A*, *B*, *C*, *D*, la mosca *A* si muove nella circonferenza della stessa ruota per *A*, *D*, *C*, *B*, tal che gli spazii da essa descritti in tal circonferenza sieno uguali agli archi, che in una contraria direzione ne son percorsi dall'estremità *A* del raggio *OA* della ruota, in tal caso la mosca si troverà sempre nel luogo *A* dello spazio; onde essa ne sarà in un assoluto riposo, ma si troverà in movimento relativamente alle parti della ruota *ABCD* (§.44.).

§. 48. *Cor. III.* Un corpo può trovarsi in movimento sì assoluto, che relativo. In fatti se mentre la ruota *ABCD* si aggiri intorno al suo asse per *A*, *B*, *C*, *D*, la mosca *A* si muova nella circonferenza della stessa ruota per *A*, *D*, *C*, *B*, tal che gli spazii da essa descritti nella medesima circonferenza non sieno uguali agli archi, che in una contraria direzione ne son percorsi dall' estremità *A* del raggio *OA* della ruota, in tal caso la mosca ne passerà successivamente per

diversi luoghi, che sono nella circonferenza della ruota, onde essa si troverà in assoluto movimento, e si troverà pure in movimento relativamente alle parti della stessa ruota.

§. 49. *Def. XXII.* Il movimento assoluto di un corpo dicesi *uniforme* ovvero *equabile*, se esso corpo in tempi uguali ne percorra parti uguali del suo sentiere, qualunque sieno queste, ed in ogni altro caso il movimento del corpo si dirà *difforme* ovvero *variabile*.

§ 50. *Def. XXIII.* Il movimento di rotazione di un corpo dicesi *equabile* se una retta perpendicolare all'asse di rotazione del corpo ne descriva angoli uguali in tempi uguali, ed esso si dirà *variabile* se quella retta ne descriva angoli disuguali in tempi uguali, o al contrario.

§. 51. *Cor. I.* Un corpo, che con moto assoluto ne percorra equabilmente un certo sentiere, dovrà impiegarvi più tempo a percorrere un qualche spazio, che un altro minore di esso.

§. 52. *Cor. II.* E lo stesso corpo percorrendone un dato spazio in un dato tempo, dovrà impiegarvi il doppio tempo nel condursi pel doppio spazio, il triplo pel triplo, ec.

§. 53. *Def. XXIV.* Il moto variabile di un corpo dicesi *accelerato* o *ritardato* secondo che gli spazii descritti dal corpo in tempi uguali e successivi vadano continuamente crescendo o decrescendo. Ed esso moto si dirà *uniformemente accelerato* o *uniformemente ritardato* se quei spazii crescano o pur decrescano di quantità uguali.

§. 54. *Def. XXV.* Quella determinazione, che sorge in un corpo allor che esso n'è spinto da una forza, e per la quale ne percorre un

dato spazio in un dato tempo, chiamasi *velocità* del corpo.

§. 55. *Def. XXVI.* La velocità di un corpo dicesi *assoluta* o *relativa*, secondo che essa si riferisca al movimento assoluto o pure al relativo del corpo.

§. 56. *Post.* Le velocità assolute di più corpi, che camminano equabilmente, sono nella ragione degli spazii, che essi descrivono in tempi uguali.

§. 57. *Cor. I.* Se due corpi (*fig. 3.*) *A* e *B* con velocità assolute uguali ne progrediscano equabilmente per direzioni parallele *AC*, *BD*, e verso le stesse parti, la velocità di uno di essi relativamente all' altro sarà nulla. Poichè essendo uguali le velocità assolute dei corpi *A* e *B*, mentre il corpo *A* ne percorre gli spazii *AE*, *EG*, *GC*, l'altro *B* dovrà condursi per gli spazii *BF*, *FH*, *HD* respettivamente uguali ai primi. Il perchè ciascuna delle rette *EF*, *GH*, *CD* dovrà essere parallela ed uguale all' altra *AB* (33. El. I.). Ma le rette *AB*, *EF*, *GH*, *CD* congiungono i punti, nei quali contemporaneamente si trovano i corpi *A* e *B*. Dunque muovendosi quei corpi nel modo proposto non si altera la distanza scambievole di essi, e perciò la velocità di uno di tali corpi relativamente all' altro dovrà essere nulla.

§. 58. *Cor. II.* Se due corpi *A* e *B* ne progrediscano equabilmente per direzioni parallele *AC*, *BC*, e con velocità assolute disuguali, tal che mentre il primo di essi ne percorra lo spazio *AC*, il secondo descriva lo spazio *BH*, la velocità di uno di essi relativamente all'altro

sarà quanto la differenza delle velocità assolute dei medesimi corpi; in guisa che lo spazio percorso dal corpo *A* relativamente all'altro *B* dovrà pareggiare la differenza degli spazii *AC*, *BH* descritti in un medesimo intervallo di tempo dai corpi *A* e *B*.

§. 59. *Cor. III.* Se due corpi *G* ed *H* ne progrediscano equabilmente per direzioni parallele *GC*, *HB*, e sieno diretti a parti opposte, la velocità di uno di essi relativamente all'altro sarà quanto la somma delle velocità assolute dei medesimi corpi; tal che se in un medesimo tempo i due corpi ne percorrano gli spazii *GC*, *HB* respettivamente, alla fine di un tal tempo la velocità del corpo *G* relativamente all'altro *H* sarà quella colla quale il corpo *G* nello stesso tempo ne percorrerebbe uno spazio uguale ai due *HB*, *GC* insieme.

CAP. IV.

DEL MOTO EQUABILE.

PROP. I. TEOR.

§. 60. *Se un corpo equabilmente si muova* (fig. 4.) *pel sentiere* ABD, *gli spazii* AB, BD *da esso descritti saranno come i tempi impiegati a descriverli.*

Dim. Qui può verificarsi, che gli spazii *AB*, *BD* sieno commensurabili, o che essi sieno incommensurabili. La dimostrazione del primo caso si ha nel §. 52., e del secondo caso essa dovrà ordirsi nel seguente modo. Sieno *PS*, ed *SR* i tempi, in che dal corpo *A* ne sono respet-

tivamente descritti gli spazii *AB*, *BD* con moto equabile, e se è possibile non sia la ragione di *AB* a *BD* uguale all'altra di *PS* ad *SR*. Dovrà essere la ragione di *PS* ad *SR* maggiore o minore di quella di *AB* a *BD*. Sia primieramente maggiore, e si faccia *PS* ad *SR* come *AB* ad una quarta *BT*. Sarà *BT* minore di *BD* (10. El. V.). Intanto si prenda un'aliquota di *AB*, che sia minore di *TD*, ed essa si tolga quante volte si può dalla *BD*. Dovrà restarvi finalmente una retta *CD* minore di *TD*, e *BC* commensurabile ad *AB*. Onde se facciasi *AB* a *BC* come *PS* ad una quarta *SQ*; sarà *SQ* maggiore di *SR*. Il perchè essendo gli spazii *AB*, *BC* commensurabili, e dinotando *PS* il tempo per *AB*, dovrà la *SQ* dinotarne il tempo per *BC*. Ma per supposizione la *SR* ne dinota il tempo per *BD*. Dunque il corpo *A* impiegherà il tempo *SQ* a percorrere lo spazio *BC*, e 'l tempo *SR* minore di *SQ* a percorrere lo spazio *BD* maggiore di *BC*; il che ripugna.

Che se poi la ragione di *AB* a *BD* suppongasi maggiore di quella di *PS* ad *SR*; sarà invertendo *BD* a *BA* in minor ragione di *SR* ad *SP*, e quindi l' assurdo rilevato nel primo caso ricaderà su questo secondo. Dunque gli spazii percorsi da un corpo, che equabilmente si muove, sono sempre nella ragione dei tempi, in che quelli si percorrono. C. B. D.

§. 61. *Cor.* Essendosi mostrato, che stia *AB* : *BD* :: *PS* : *SR*, sarà componendo *AD* : *DB* :: *PR* : *RS*. Dunque *se due o più corpi si muovano equabilmente, ed abbiano pure velocità uguali, gli spazii da essi descritti saranno nella ragione dei tempi decorsi nel descriverli.*

PROP. II. TEOR.

§. 62. *Se due corpi* (fig. 5) A *e* B *equabilmente si muovano con velocità disuguali, gli spazii, che essi descrivono in due differenti tempi, saranno tra se in ragion composta dalle ragioni dei tempi e delle velocità.*

Dim. Sieno *M* ed *N* le velocità colle quali si muovono i corpi *A* e *B*, e *P* ed *R* i tempi, nei quali si muovono, e si concepisca un altro corpo *C*, che equabilmente si muova colla velocità *M* del primo di quei due corpi, e nel tempo *R* del secondo. Sarà lo spazio descritto dal corpo *A* a quello, che *C* ne percorre, come *P* ad *R* (§. 61.). Ma lo spazio descritto dal corpo *C* sta allo spazio descritto dal corpo *B* come la velocità *M* all' altra *N* (§. 56.). Dunque sarà lo spazio percorso dal corpo *A* a quello, che da *B* si percorre, in ragion composta del tempo *P* al tempo *R*, e della velocità *M* all' altra *N*. C. B. D.

§. 63. *Cor. I.* Il perchè se le basi *M* ed *N* (*fig. 6.*) dei rettangoli *X* e *Z* dinotino le velocità colle quali equabilmente si muovono i corpi *A* e *B*, e le altezze *P* ed *R* rappresentino i tempi, in che quei corpi si son mossi; l'aja del rettangolo *X* a quella del rettangolo *Z* starà come lo spazio corso dal corpo *A* a quello, che *B* ne percorre. Poichè essendo i rettangoli *X* e *Z* in ragion composta delle basi *M* ed *N*, e delle altezze *P* ed *R* di essi, saran pure in ragion composta delle velocità e dei tempi, che da quelle e da queste sono respettivamente dinotate, e quindi come gli spazii corsi (§. 62.) dai medesimi corpi.

§. 64. *Cor. II.* Dunque tutti quei rapporti, che in due rettangoli si rilevano rispetto alle basi ed alle altezze di essi, potranno convenevolmente adattarsi agli spazii descritti equabilmente da due corpi rispetto ai tempi ed alle velocità colle quali gli stessi spazii ne son percorsi. Vale a dire

I. *Due spazii equabilmente descritti saranno tra se uguali, qualora i tempi e le velocità sieno respettivamente uguali.*

II. *O quando le velocità sieno inversamente come i tempi.*

III. *E le velocità sono inversamente come i tempi, se gli spazii equabilmente percorsi sieno tra se uguali.*

IV. *Le velocità di due corpi, che muovonsi equabilmente, saranno tra se uguali, se gli spazii serbino la ragione dei tempi.*

V. *E se gli spazii sieno come le velocità, i tempi saranno tra se uguali.*

§. 65. *Cor. III.* E poichè l'aja di un rettangolo si ha multiplicando la base per l'altezza; l'è chiaro, che lo spazio descritto equabilmente da un corpo in un dato tempo debba pareggiare il prodotto della velocità colla quale esso si muove pel medesimo tempo.

§. 66. *Cor. IV.* Il perchè il quoziente, che si ottiene dividendo lo spazio equabilmente percorso da un corpo per la velocità colla quale lo percorre, dovrà dinotare il tempo, in che lo stesso corpo si muove, e 'l quoziente, che si ottiene dividendo lo stesso spazio pel tempo, in che esso ne vien percorso, dovrà dinotare la velocità colla quale quel corpo si muove.

PROP. III. LEMMA.

§. 67. *Se le due ragioni di* a *a* b *e di* c *a* d *compongano l' altra di* M *ad* N; *una di quelle due componenti sarà direttamente come la ragion composta di* M *ad* N, *ed inversamente come l' altra componente.*

Dim. Essendo $a \cdot c : b \cdot d :: M : N$, e (1. El. VI.) $b \cdot d : b \cdot c :: d : c$; sarà componendo le prime e le seconde ragioni di queste due analogie, $a \cdot c : b \cdot c :: (M : N)\ (d : c)$; cioè $a : b :: (M : N)\ (d : c)$. Nello stesso modo dimostrasi, che stia anche $c : d :: (M : N)\ (b : a)$. C. B. D.

PROP. IV. TEOR.

§. 68. *Poste le medesime cose del §. 62, la ragione delle velocità sarà composta dalla diretta ragione degli spazii corsi, e della inversa dei tempi. Ed i tempi saranno direttamente come gli spazii, ed inversamente come le velocità.*

La Dimostrazione di questo Teorema dipende dal precedente Lemma tanto nella prima Parte, che nella seconda.

CAP. V.

DEI MOTI VARIABILI UNIFORMEMENTE ACCELERATO, ED UNIFORMEMENTE RITARDATO.

§. 69. Quantunque nemmen di leggieri sieno state esaminate le cagioni e le leggi, onde nei moti variabili la velocità del mobile continuamente si accresca o si scemi; pure dovrà pren-

dersi come postulato, che in tali moti l'acquisto di velocità, o la perdita, che ne fa il mobile alla fine di un tempo finito non debba essere, che di una magnitudine ancor finita. Dunque (*fig.* 7.) se le parti *AM*, *AN*, *AB*, ec. della retta *ABX* indefinita verso X dinotino i tempi, da che si è fatto muovere il corpo, e le perpendicolari *MP*, *NQ*, *BD*, ec. elevate sopra di essa dai punti *M*, *N*, *B*, ec. rappresentino le velocità dello stesso corpo alla fine dei mentovati tempi; *la linea, che passa pei punti* P, Q, D, ec. *o sarà una retta inclinata alla* BA, *o pure una curva di continua curvatura.*

§. 70. *Def. XXVII.* La figura *ABD*, le cui ascisse *AM*, *AN*, ec. dinotano i tempi, da che un corpo si è cominciato a muovere, e le corrispondenti ordinate *MP*, *NQ*, ec. rappresentano le velocità, onde esso n' è affetto alla fine di quei tempi, suol chiamarsi *piano delle velocità del mobile.*

PROP. V. TEOR.

§. 71. Comunque si muova un corpo, può sempre concepirsi, che il suo moto sia equabile in un tempo infinitesimo.

Dim. La figura *ABD* rappresenti (§. 70.) il piano delle velocità del mobile, e la retticciuola *Mm* presa sull'asse *AB* dinoti un tempo infinitamente picciolo. Sarà chiaro, che le ordinate *MP*, *mp* distese pei punti *M* ed *m* di quell' asse debbano essere a un di presso tra se uguali. Ma le stesse ordinate ne dinotano la velocità, onde il mobile n' è affetto alla fine dei tempi *AM*, *Am*. Dunque può concepirsi, che

nel tempuscolo Mm il corpo si muova equabilmente. C. B. D.

PROP. VI. TEOR.

§. 72. *Se la velocità di un corpo dopo tempi uguali e successivi si aumenti di quantità uguali, gli spazii da quel corpo descritti nei medesimi tempi cresceranno pure di quantità uguali. E se quella velocità dopo tempi uguali e successivi diminuisca di quantità uguali, gli stessi spazii dovranno benanche diminuire di quantità uguali.*

Dim. Par. I. Concepiscasi, che il tempo (*fig.* 8.) AE, nel quale dura il movimento del corpo, sia diviso negli uguali intervalli AB, BC, CD, DE, e sia AF la velocità colla quale il corpo si muove nel tempo AB, ed ab la velocità, di cui si aumenti AF in fine degli uguali intervalli di tempo AB, BC, CD, DE. Intanto dalle due AF, AB si compisca il rettangolo BF, e la BG si prolunghi sino al punto H, tal che sia GH uguale ad ab. Dipoi dalle due BC, BH si compisca il rettangolo CH, ed il lato CK di questo si prolunghi insino ad L, tal che sia KL uguale ad ab. Nello stesso modo si compisca il rettangolo NE. Sarà chiaro, che il rettangolo BF sia tanto minore dell' altro CH, quanto questo è minore dell' altro DL, ed il rettangolo CH tanto minore dell' altro DL, quanto questo è minore del rettangolo NE. Or poichè il corpo proposto nel tempo AB si muove equabilmente colla velocità AF, lo spazio, che in tal tempo da quel corpo ne sarà descritto, dovrà essere dinotato dal (§. 63.) rettangolo BF. Ma de-

corso il tempo AB, lo stesso corpo si muove equabilmente nel tempo BC colla velocità uguale ad AF ed ab insieme, o sia colla velocità BH. Dunque quel corpo nel tempo BC dovrà percorrere uno spazio, che sarà dinotato dal rettangolo CH. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che nel tempo CD quel corpo debba percorrere uno spazio, che sarà dinotato dal rettangolo DL, ec. Dunque nei tempi uguali e successivi AB, BC, CD, ec. gli spazii BF, CH, DL, ec. respettivamente descritti dal proposto corpo crescono di quantità uguali.

Par. II. Suppongasi, che ED, DC, CB, ec. dinotino i tempi uguali e successivi, nei quali si muove il proposto corpo con una velocità, che alla fine di ciascuno di quei tempi decresca della quantità ab, e nel tempo ED essa sia quanto la EO. Sarà chiaro, che i rettangoli EN, DL, CH, ec. debbano dinotare gli spazii descritti nei tempi uguali e successivi ED, DC, CB, ec. Ma il rettangolo EN è tanto maggiore dell'altro DL, quanto il rettangolo DL è maggiore del rettangolo CH, ec. Dunque gli spazii descritti dal proposto corpo debbono diminuire di quantità uguali. C. B. D.

§. 73. *Cor. I.* Si congiungano le rette FH, HL, LN, ec. E poichè le due AB, BC sono tra se uguali, dovranno essere benanche uguali le due FG, HK. Ma l'è ab uguale tanto ad HG, che ad LK. Dunque i due triangoli FGH, HKL, che hanno uguali gli angoli FGH, HKL, perchè retti, ed uguali l'uno all'altro i lati, che comprendono gli stessi angoli, dovranno avere l'angolo FHG uguale all'altro HLK. Onde aggiungendo a questi angoli l'altro KHL di co-

mune, ne risulteranno i due angoli *FHG*, *KHL* uguali ai due *KHL*, *KLH*. Ma gli angoli *KHL*, *KLH* fanno un retto. Dunque i due angoli *FHG*, *KHL* dovranno formare benanche un retto, e con ciò i tre angoli *KHL*, *FHG*, *KHB*, o sia i due *KHL*, *KHF* dovranno formare due retti. Il perchè dev'essere (14. El. I.) *FH* per dritto con *HL*. Nello stesso modo si dimostra, che la *HL* stia per dritto con *LN*, ec. Adunque la *FH LN* è una linea retta.

§. 74. *Cor. II.* Il perchè se il proposto corpo parta dalla quiete, dovrà svanire la *AF*, e 'l piano delle velocità di esso dovrà essere un triangolo. Ma quel corpo non può descrivere alcuno spazio senza che (*fig.* 9.) la velocità zero di esso si aumenti in ciascun istante del tempo *AB*. Dunque supposto, che il tempo *AB* sia diviso in tempuscoli infinitesimi, i rettangoli, che si costruiscono come quelli della Prop. prec., dovranno terminare nell' aja del triangolo *ABG*. Quindi *se la velocità di un corpo, che parta dalla quiete, si aumenti di quantità uguali in ciascun istante del tempo, che decorre dal principio del movimento, il movimento di quel corpo sarà uniformemente accelerato* (§. 53.), *e 'l piano delle velocità di esso sarà un triangolo.*

§. 75. *Cor. III.* Essendo simili i triangoli *ABG*, *ACL*, *ADN*, ec., saranno le *AB*, *AC*, *AD*, ec. come le *BG*, *CL*, *DN*, ec. Ma le *AB*, *AC*, *AD*, ec. sono come i numeri naturali (§. 72.) 1, 2, 3, 4, ec. Dunque come i medesimi numeri debbono essere le rette *BG*, *CL*, *DN*, ec. Il perchè essendo i rettangoli *BK*, *CM*, *DO*, ec. di uguali altezze *BC*, *CD*, *DE*, ec. nella ragione delle basi *BG*, *CL*, *DN*, ec.;

saranno benanche tali rettangoli come i numeri 1, 2, 3, ec., o come gli altri 2, 4, 6, ec., che sono respettivamente dupli di quei primi. Ma il triangolo *ABG* è metà del rettangolo *BK*, poichè queste figure sono costituite sopra le uguali basi *AB*, *BC*, e tra le medesime parallele *AC*, *GK*, ed è poi il triangolo *ABG* uguale a ciascuno degli altri *GKL*, *LMN*, *NOR*, ec. Dunque dinotando con 2 il rettangolo *BK*, ciascuno dei triangoli *ABG*, *GKL*, *LMN*, ec. ne sarà dinotato da 1. Quindi dinotando coll' unità il triangolo *ABG*, i trapezii *BGLC*, *CLND*, *DNRE*, ec. ne saranno respettivamente rappresentati dai numeri 3, 5, 7, ec. Ma il triangolo *ABG*, ed i trapezii *BGLC*, *CLND*, *DNRE*, ec. ne dinotano gli spazii respettivamente descritti nei tempi uguali e successivi *AB*, *BC*, *CD*, ec. da un corpo, che partendo dalla quiete si muove con moto uniformemente accelerato. Dunque *se un corpo partendo dalla quiete si muova con movimento uniformemente accelerato, gli spazii da esso descritti in tempi uguali e successivi saranno come i numeri dispari* 1, 3, 5, 7, ec.

§. 76. *Cor. IV.* Nel piano *AQZ* delle velocità di un corpo, che partendo dalla quiete si muova con moto uniformemente accelerato, si distendano dovunque le rette *DN*, *FI* perpendicolari alla *AQ* sulla quale dal punto *A* si computino i tempi decorsi dal principio del movimento. Sarà il triangolo *ADN* all' altro *AFI* come lo spazio descritto (§. 74.) dal proposto corpo nel tempo *AD* a quello, che dallo stesso corpo si descrive nel tempo *AF*. Ma i triangoli *ADN*, *AFI* sono simili, ed i triangoli simili sono tra se come i quadrati dei lati omologhi.

Dunque dee stare lo spazio descritto dal proposto corpo nel tempo AD a quello, che dallo stesso corpo si descrive nel tempo AF, come il quadrato di AD a quello di AF, o come il quadrato di DN all' altro di FI. Vale a dire, *se un corpo partendo dalla quiete si muova con moto uniformemente accelerato, gli spazii da esso descritti in tempi computati dal principio del movimento sono tra se come i quadrati dei tempi, o delle velocità, che esso corpo ha nella fine dei medesimi tempi.*

§. 77. *Cor. V.* Da quanto finora si è dimostrato si rileva, che lo spazio descritto in un dato tempo da un corpo, che partendo dalla quiete si muova con moto uniformemente accelerato, è metà di quello, che sarebbe descritto nel medesimo tempo dallo stesso corpo muovendosi equabilmente colla velocità da esso acquistata in fine del moto uniformemente accelerato.

PROP. VII. TEOR.

§. 78. *Se due corpi partendo dalla quiete si muovano con moti uniformemente accelerati; gli spazii da essi descritti in due disuguali tempi saranno tra se in ragion composta dei tempi e delle velocità da essi acquistate alla fine dei medesimi tempi.*

Dim. I proposti corpi si muovano (*fig. 10*) nei tempi AB, DE con moti uniformemente accelerati, e sieno i triangoli ABC, DEF i respettivi piani delle velocità di essi. Saranno tali triangoli nella ragione degli spazii da quei corpi descritti nei tempi AB, DE con moti uniformemente accelerati, di cui le velocità fi-

nali vengano dinotate da *BC*, ed *EF* respettivamente. Ma i triangoli di disuguali basi ed altezze sono tra se in ragion composta delle basi e delle altezze. Dunque lo spazio descritto dal primo corpo dee stare a quello, che vien descritto dal secondo in ragion composta di *AB* a *DE* e di *BC* ad *EF*; cioè in ragion composta del tempo, in che si muove il primo corpo a quello, in che si muove il secondo, e della velocità, che ha il primo nella fine del suo movimento, a quella, che ha il secondo nella fine del suo movimento. C. B. D.

§. 79. *Cor.* Dunque tutti quei rapporti, che si rilevano in due triangoli rispetto alle basi ed altezze di essi, si potranno convenevolmente adattare agli spazii percorsi da due corpi, che partendo dalla quiete si muovano con moti uniformemente accelerati, rispetto ai tempi ed alle velocità colle quali quei corpi ne pervengono alla fine dei medesimi spazii (§. 64.)

CAP. VI

DELLE FORZE.

§. 80. *Def. XXVIII.* Chiamasi *forza* ogni cagione mercè la quale ne viene animato a muoversi un corpo, che trovasi in riposo, o da cui ne viene comunque alterato il movimento di un altro corpo.

§. 81. *Scol.* Quantunque noi tuttogiorno muoviamo alcuni corpi, ed altri da tante cagioni vediamo ancor mossi; pure nè sì frequente sperienza, nè qualunque speculazione, che vi si faccia, vale a chiarirne la natura di quel

principio attivo, che intrudesi in essi, e 'l modo, onde quivi ne agisce. Ma quel che più ne duole in tutte le attrazioni e gravitazioni dei corpi, oltre a queste cose, che del pari ignoriamo, ci rimangono eziandio ascose le cagioni moventi e le loro sedi. Dunque la comunicazione del moto, la diffusione delle forze pei solidi e pei fluidi, il rinvigorirsi e l' allentarsi, cui esse son soggette, saran sempre pei Filosofi, non che pel volgo ignaro altrettanti arcani : nè loro sarà permesso di conoscere le forze, che *per gli effetti prodotti nei corpi mossi*, *per le cagioni*, *da cui esse ne provengono*, *e per un certo modo*, *onde trasfondonsi nei corpi*. Quali cose saran dilucidate prima di esibire le Teorie di queste forze.

§. 82. *Def. XXIX.* Quella forza, che risiede in un corpo in moto, chiamasi *forza motrice.*

§.83. *Scol.* La forza motrice, che risiede in un corpo, purchè non resti distrutta da straniera cagione, lo spinge ben tosto al moto, compartendogli un grado di velocità proporzionale alla sua energia. Dunque dovrà aversi come un assioma, che *la velocità di un corpo sol ne provenga dalla forza motrice*, *che lo riempie*, *e che quella a questa debba essere sempre proporzionale.*

§. 84. *Def. XXX.* Chiamansi *potenze moventi* quelle cagioni, da cui ne son trasmesse ai corpi le forze motrici.

Tali sono le forze musculari degli animali, l' elasticità di certi solidi, e di certi fluidi, l' impeto di un corpo mosso, la forza dell' acqua profluente, quella del fuoco; ec. ed insin

la mano del vivente Iddio, onde projettò un tempo i Pianeti e le Comete, l'è ancor essa una potenza movente.

§. 85. *Def. XXXI.* Quella proprietà dei corpi, per mezzo di cui mantiensi in essi lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, ove per avventura si ritrovino finchè straniere cagioni non vengono a disturbarneli, chiamasi *Inerzia* o *Forza d' Inerzia.*

§. 86. *Cor.* Dunque se un corpo stia in quiete, l' Inerzia della materia gli serba questo stato, purchè esso non venga da esterne cagioni incitato al moto. E se a quel corpo qualche forza gli s' imprima, la medesima Inerzia ne conserverà in esso la velocità recatagli da quella, e la direzione iniziale del suo moto, fintantochè cagioni straniere non vengano ad impedir cotesti effetti. Ma l' Inerzia non solo impiegasi a mantener nei corpi i loro stati, sian di quiete, sian di moto, ma resiste eziandio ad ogni mutazione di stato, che in essi forza straniera ne vuol indurre. Onde avviene, che essa sovente suol chiamarsi *Forza d' Inerzia.*

§. 87. *Scol.* Quantunque nel mondo vi sieno molte potenze, le quali differiscono tra loro sì nell' intensità, come nel modo di agire, pure i Meccanici han saputo riporle nei due seguenti generi.

§. 88. *Def. XXXII.* Ogni potenza, che muovendo un corpo gli trasfonde in un istante una forza finita senza spingerlo di vantaggio, dicesi *forza istantanea.* Ed ogni potenza, che recando continue spinte ad un corpo vi genera una forza finita dopo esserne decorso un tempo ancor finito, chiamasi *forza continua.*

PROP. VIII. TEOR.

§. 89. *Due potenze* P *e* p *spingendo respettivamente due corpi uguali, vi debbono produrre due gradi di velocità proporzionali alle loro energie.*

Dim. Le forze respettivamente impresse dalle potenze P e p a due corpi uguali sono effetti pieni di esse potenze: dunque siccome quelle si dimostrarono (§. 83.) proporzionali alle velocità dei mentovati corpi, così le potenze P e p saranno alle medesime velocità proporzionali. C. B. D.

§. 90. *Cor. I.* Dunque due spinte di disuguali intensità recate ad un corpo vi debbono produrre due gradi di velocità proporzionali alle loro energie.

§. 91. *Cor. II.* Suppongasi, che due corpi uguali nei tempi dinotati dalle rette (*fig.* 11.) AB, AC ne sieno uniformemente accelerati da due forze proporzionali ad AP ed AQ respettivamente. Saranno le spinte, che in ciascun istante quelle forze ne arrecano ai proposti corpi, come le velocità, che vi producono. Dunque le intiere velocità acquistatesi da quei corpi alla fine del tempo AB dovranno essere benanche nella ragione di AP ad AQ. Il perchè se pel punto B si distenda la retta DBE perpendicolare ad AC, e dall'una e dall'altra parte del punto B si prendano le parti BD, BE proporzionali ad AP ed AQ, e poi si congiungano le AD, AE; i triangoli ADB, AEB saranno tra se come gli spazii descritti nel tempo AB dai proposti corpi uniformemente accelerati dalle forze AP, AQ (§. 78.). Ma

lo spazio descritto dal secondo di questi corpi sta a quello, che esso descriverebbe nel tempo AC, come il quadrato (§. 76.) di AB a quello di AC; o come il triangolo ABE al triangolo ACF, intendendosi elevata dal punto C la perpendicolare CF alla CA. Dunque dee stare lo spazio descritto dal primo dei proposti corpi nel tempo AB a quello, che è descritto dal secondo nel tempo AC, come il triangolo ADB all' altro AFC. Ma il triangolo ADB sta all' altro AFC in ragion composta di BD a CF, e di BA ad AC, ovvero di BD a CF e di BE a CF. Dunque dee stare BD a CF in ragion composta del triangolo ADB al triangolo AFC, e di CF a BE (§. 67.). Il perchè se il triangolo ADB adegui l' altro AFC, dee stare BD a CF come CF a BE, e quindi la ragion di BD a BE pareggia la duplicata di BD a CF. Ma sta BD a BE come PA ad AQ. Dunque *se due corpi ne sieno uniformemente accelerati da due forze; tali forze saranno tra se come i quadrati delle velocità da essi corpi acquistate dopo averne percorsi due spazii uguali.*

PROP. IX. TEOR.

§. 92. *Per prodursi da due potenze spingenti ineguali uno stesso grado di velocità in due disuguali masse, debbono essere quelle in proporzione di queste.*

Dim. La potenza P spingendo un elemento M di materia gl' imprima un grado di velocità, che si dinoti per V. Sarà chiaro, che un' altra potenza P' uguale a P debba produrre la stes-

sa velocità in un altro elemento M' di materia uguale al primo M. Dunque se intendansi congiunti gli elementi M ed M', sicchè formino un sol corpicciuolo, che ne sia spinto dalla potenza uguale a $P+P'$, cioè uguale a $2P$; l'aggregato di essi, cioè la massa $2M$ dovrà girne benanche colla velocità V. Nello stesso modo può conchiudersi, che colla stessa velocità V si debbano muovere i corpicciuoli $3M$, $4M$, $5M$, ec. qualora ne sono respettivamente investiti dalle potenze $3P$, $4P$, $5P$, ec. Dunque le masse dei corpi debbono essere proporzionali alle forze spingenti, quando si muovono con velocità uguali. C. B. D.

PROP. X. TEOR.

§. 93. *Le potenze* P *e* p *sono tra se come le masse* M *ed* m *dei corpi, che spingono, e come le velocità* V *e* v, *che vi producono.*

Dim. Si concepisca, che una potenza φ urtando il corpo M' uguale al primo dei proposti corpi, ne produca la velocità v del secondo. Sarà (§. 90.) $P : \varphi :: V : v$, e (§. 92.) $\varphi : p :: M' : m :: M : m$. Dunque, componendo le prime e le seconde ragioni di queste due analogie, dovrà stare $P : p :: (V : v)(M : m)$, cioè $P : p :: MV : mv$. C. B. D.

PROP. XI. TEOR.

§. 94. *La forza d'inerzia in ciascun corpo è come la quantità della materia, che esso contiene.*

Dim. Le potenze P e p spingendo respettivamente i corpi M ed m vi producano uno stesso grado di velocità, qualunque esso ne sia; dovranno essere quelle come le masse di questi (§. 89.). Ma le forze d' inerzia di diverse masse sono come le potenze, che spingendole dalla quiete impartiscono ad esse velocità uguali (§. 85.). Dunque le forze d'inerzia dei corpi M ed m saranno alle masse di essi proporzionali. C. B. D.

§. 95. *Def. XXXIII.* Chiamasi *quantità di moto* ovvero *momento* l' effetto, che vien prodotto dalla forza di un corpo in moto.

§. 96. *Cor. I.* E poichè gli effetti delle forze di due corpi in moto sono proporzionali alle cagioni, che ne impressero quei movimenti a quei corpi; dovranno essere (§. 93.) gli stessi effetti proporzionali alle potenze, che spingendo i corpi dalla quiete ad essi impressero due gradi di velocità. Ma queste potenze sono come le masse dei corpi, che spingono, e come le velocità, che vi producono (§. 93.). Dunque *le quantità di moto di due corpi sono tra se in ragion composta delle masse di essi corpi, e delle loro velocità.*

§. 97. *Cor. II.* Il perchè se M ed m ne dinotino le masse dei corpi A e B, e sieno V e v le di loro respettive velocità; dovrà stare la quantità di moto Q del corpo A alla quantità di moto q del corpo B in ragion composta di $M : m$, e di $V : v$; cioè $Q : q :: MV : mv$. Dunque

I. *Se le masse di due corpi sieno tra se uguali, le quantità di moto di essi dovranno essere nella ragione delle velocità, e viceversa.*

II. *Se le velocità di due corpi sieno tra se uguali, le quantità di moto di essi dovranno essere nella ragione delle masse, e viceversa.*

III. *Se le quantità di moto di due corpi sieno tra se uguali, le masse di essi debbono essere nella ragione inversa delle velocità.*

IV. *E se le masse di due corpi sieguono la ragione inversa delle velocità, le quantità di moto di tali corpi debbono essere tra se uguali.*

§. 98. *Cor. III.* Di quì si rileva, che l'urto cagionato da una picciola quantità di materia si può sostituire a quello di un gran macigno, sol che quella ne venga animata da una velocità tale, che stia all' altra, onde questo si muove, nella ragione della massa di questo alla detta quantità di materia; poichè in tal caso le masse dei corpi in moto sono nella ragione inversa delle velocità (§. 97. n.° IV.). Così, a cagion di esempio, la forza di un gran sasso, la cui quantità di materia siane dinotata da 1000, e che si muova con 10 gradi di velocità, può sostituirsi a quella di un martello, la cui quantità di materia sia 10, ma che si muova con 1000 gradi di velocità. Questo è ciò che praticasi colle palle di cannone, a cui dando mercè l'azione della polvere velocità tale da poter percorrere talvolta lo spazio di 2000 piedi in un minuto secondo, si producono nelle muraglie quelle rovine, che a stento gli antichi potevano cagionare col'e loro macchine belliche, le quali essendo mosse a forza di braccia di un gran numero di uomini, quantunque consistessero in enormi massi, n' erano spinte però con piccio-

lissime velocità. In parecchie macchine poi, non potendosi aumentare la velocità di talune parti senza produrre gravi inconvenienti, si pratica il contrario con accrescere notabilmente le rispettive quantità di materia di quelle parti, onde aumentarne le quantità di moti. Ciò vien praticato nei filatorii, ove i fuselli si sogliono guernire di piombo, affinchè girando essi con maggior momento ne possano vincere le resistenze prodotte dall' aria e dallo stropicciamento, che fanno intorno ai loro respettivi assi.

§. 99. *Scol.* Prima che ad altre ricerche ci rivolgiamo, convien avvertire, che quantunque due corpi diversi abbiano uguali quantità di moti, pur non di meno gli effetti da essi prodotti in virtù dei loro urti possono essere molto differenti. In fatti nello sparo di un cannone la forza espansiva del vapore, in che la polve si riduce, esercitandosi ugualmente e contro la palla e contro la culatta dello stesso cannone, dee impartire a questi corpi due gradi di velocità, che sieguono la ragione inversa delle masse (§. 97. n. III.°). Quindi si osserva, che mentre la palla percorre un grande spazio, il cannone rincula per pochi passi. Onde avviene, che la palla può squarciarne una forte muraglia, che dall' urto del cannone ne sarebbe soltanto scossa. Poichè la palla muovendosi con grandissima velocità comunica in un attimo alle parti, che ne urta, un movimento, che non può alle rimanenti parti trasfondersi; laddove il cannone percotendone lo stesso muro con una velocità assai minore, il moto, che esso comunica alle parti, che ne urta, si trasfonde alle altre parti ancora. Il perchè si può inferire, che

i piccioli corpi animati da grandi velocità sono più atti a squarciare quegli altri, che essi ne percuotono; mentre i gran massi avvalorati da picciole velocità sono più valevoli a scuoterli. Questa conseguenza può essere di grandissimo giovamento in parecchie circostanze, e specialmente nel caso, che vogliansi abbattere muraglie, o pure antichi edifizii, le cui parti sieno molto tenaci, come spesso avviene. Poichè per potervi riuscire convien che si faccia uso di grandi masse animate da picciole velocità, coll' avvertenza di dare i colpi in modo, che mentre dura l' oscillazione cagionata dal primo si rechi il secondo. Dalla medesima conseguenza si può da ciascuno rilevare in quali circostanze sieno più vantaggiose le macchine belliche adoprate dagli Antichi in paragone di quelle, che attualmente sono in uso.

CAP. VII.

DELLE TRE LEGGI DEL MOTO.

§. 100. L' inerzia della materia (§. 85.) è quella potente cagione, onde ogni corpo, che l' è in moto ovvero in quiete trovasi assoggettato alle tre seguenti leggi, che dall'Immortale Newton, da cui furono proposte, *Leggi del moto* vengono chiamate.

Legge I. *Ogni corpo dee perseverare nel suo stato di quiete o di moto equabile rettilineo, finchè non venga disturbato da quello stato da straniere cagioni.*

Legge II. *Qualunque mutazione di movimento è proporzionale alla forza, che la pro-*

duce, e si fa nella direzione di quella retta, per la quale ne viene impressa la stessa forza.

Legge III. *All' azione è sempre uguale e contraria la riazione.*

§. 101. *Cor.* Dunque niun corpo di per se vale a cangiarsi lo stato, in che si trova. Se l'è in quiete, vi vuole una causa esteriore, che lo muova. Se trovasi in moto, deesi a cagioni esteriori attribuire, perchè talora cangi di velocità o torca dal dritto sentiere. Il perchè il solo moto equabile rettilineo è *naturale* ai corpi, cioè quello, che per serbarvisi, non ha bisogno di potenze esteriori. Che anzi, se le potenze continuamente applicate ad un corpo mosso l' abbandonino di repente, esso dovrà riprendersi il moto equabile rettilineo, continuandolo finchè nuova cagione non lo perturbi.

§. 102. *Scol. I.* La terza legge del moto, come men chiara delle altre due, fu dal Newton coi tre seguenti esempli illustrata. Fingasi, ei dice, in primo luogo, che un cavallo si tiri dietro un sasso con una fune, e che cammin facendo la spezzi, ovunque ciò ne accada. Osserverete ritirarsi con egual empito i tratti della fune l'uno verso il cavallo, l'altro verso la pietra. Dunque tanta è l'azione, che il cavallo esercitava su della pietra, quanta la reazione, che questa gli opponea.

II.° Se io percuoto colla mia mano un corpo duro, l' energia della percossa, che gli arreco, è quanto l' impressione che mi sento nella mano.

III.° Qualora un corpo mosso incorre in un altro, la quantità di moto, che nel conflitto

perdesi da quello, adegua la quantità di moto, che da questo si acquista.

§. 103. *Scol. II.* Quantunque la terza legge del moto sia stata dal Newton coi tre rapportati esempli illustrata, non pertanto essa sembra incompatibile colla comunicazione del moto, e ad altri finanche assurda. Poichè dicono essi, se l'è vero, che l'azione esercitata dal corpo *A* nell' altro *B* pareggi la reazione, che *B* ne oppone ad *A*, come potrà muoversi taluno di questi corpi, o tutti e due? come mai potrà muoversi il cavallo trascinandosi la pietra, quando ella sempre il ritiri verso di se con tanta forza, con quanta n'è dal cavallo continuamente investita? Ma cotali difficoltà ed altre non sono che ombre gittate nelle loro menti dalle oscure idee di forza, e di azione, che si han formate, e basterà chiarir queste per togliere quelle immantinente. Eccone le vere idee di queste voci. La forza di un corpo mosso, per esempio del corpo *A*, è quel principio attivo, che lo muove, e che si trasfonde in un altro, qualora quello in questo ne imbatta. L'azione del corpo *A* non è la forza, che lo anima, come credesi falsamente dai giovanetti, ma è la trasfusione, o la comunicazione di questa forza ad un altro *B* (che quì suppongasi quiescente); e la reazione del corpo *B* consiste nel distruggere in *A* altrettanta forza, quanta ne ha egli dal corpo *A* ricevuta. O, a dir breve, l'azion del corpo *A* incorrente, e la reazione del quiescente non sono che le reciproche ed opposte impressioni, che nel momento dell'urto essi ne risentono, da che la materia dell'uno non può in quella dell'altro compenetrarsi, e dal volerne tutti e

due nel proprio stato rimanersi. Or quantunque l'umano intendimento non giunga a percepire, nè ad immaginarsi in che modo si perda la forza di un corpo e da un altro si riceva, pur non di meno la quantità della forza perduta, e quella della forza acquistata sono i valori delle divisate impressioni. Dunque in ogni mutazione di stato, che si cagionano i corpi, sempre l'azione ne pareggia la reazione, e le si oppone.

CAP. VIII.

DELLA COMPOSIZIONE E RISOLUZIONE DELLE FORZE.

§. 104. *Def. XXXIV.* Due forze insieme impresse ad un corpo diconsi *cospiranti*, se le loro direzioni formino una sola retta, ed entrambe spinganlo verso la stessa parte.

§. 105. *Def. XXXV.* Due forze insieme impresse ad un corpo diconsi *opposte*, se per direzioni, che formino una retta continuata, ne spingano il corpo a parti contrarie.

§. 106. *Def. XXXVI.* Due forze insieme impresse ad un corpo diconsi *laterali*, se i valori e le direzioni di esse sieno espresse dai lati di un angolo rettilineo, ed insieme ne spingano un corpo, che è nel vertice dello stesso angolo.

§. 107. *Ass. I.* Un corpo investito da due forze cospiranti dee muoversi per la comune loro direzione con una forza uguale alla loro somma.

§. 108. *Ass. II.* Un corpo investito da due forze opposte dovrà muoversi per la direzione

della maggiore di esse coll' eccesso di questa sulla minore.

§. 109. *Cor.* Qualora un corpo n' è investito da due forze opposte di uguali energie, queste si dovranno equilibrare, e 'l corpo rimarrà in quiete.

§. 110. *Ass. III.* Un corpo spinto da due forze laterali dee sì muovere equabilmente con una determinata forza, e per una determinata direzione.

§. 111. *Scol.* Trascende l' umano intendimento il saper come Natura dalle forze laterali una sola ne formi, che *media* si domanda, e come all' istante ella compia questo meraviglioso lavoro di azione. Pur non di meno l' inerzia della materia chiaramente ne mostra il divisato effetto, cioè *che il mobile investito da più forze istantanee debba girne per dritto ed equabilmente, come se una determinata forza avesselo spinto solamente.* Ma dura cosa e malagevole è di tal forza investigarne la quantità e la direzione, o da ciascuna di queste due determinazioni l' altra derivarne. Onde affinchè si possa agevolmente determinare quella forza, convien quì rapportare le condizioni e le limitazioni, che essa dee avere.

I. La forza media dee avere una determinata direzione ed energia; onde non è che una sola.

II. Se le forze laterali si uguaglino, e l'angolo dalle direzioni di esse formato sia di 180°, la forza media dovrà essere nulla.

III. La forza media pareggia la somma delle laterali, quando svanisce l' angolo, che comprendono le direzioni di queste forze. Ed essa

sarà uguale alla differenza delle laterali, quando quell' angolo ne diviene di 180°.

IV. Il corpo (*fig. 12.*) *A* sia contemporaneamente animato dalle due forze, di cui una sia valevole a fargli percorrere in un certo tempo lo spazio *AB*, e l' altra valga a fargli percorrere nello stesso tempo lo spazio *AC*; esso dovrà percorrere equabilmente una certa retta *AF* nello stesso tempo, in che colla prima di quelle forze ne percorrerebbe la retta *AB*, e colla seconda l' altra *AC*. Il perchè se il corpo *A* ne sia spinto da un' altra forza, che valga a fargli percorrere la retta *AD* uguale ad *AF* e posta per dritto con questa, quel corpo contemporaneamente animato dalle tre forze *AB*, *AC*, *AD* dovrà reggersi in equilibrio.

V. Il perchè se il corpo *A* ne sia spinto da due forze, di cui la prima valga a fargli percorrere la *AC* nello stesso tempo, in che la seconda gli farebbe percorrere la *AD* esso essendo insieme animato da quelle forze dovrà percorrere nel medesimo tempo la *AL* uguale ad *AB*, e per dritto con questa. Lo stesso intendasi delle forze, che impresse al corpo *A* gli farebbero percorrere in tempi uguali le rette *AD*, *AB*.

VI. Dunque la forza *AF* dee rinvenirsi dalle laterali *AB*, *AC* nello stesso modo che la *AL* si determina per mezzo delle *AC*, *AD*. Lo stesso dicasi della forza *AE*, che è uguale e contraria ad *AC*.

VII. Dovrassi avere per genuino quel metodo, onde dalle forze laterali *AB*, *AC* si determini la forza *AF*, se adattandosi alle forze *AC*, *AD* dia la forza *AL* uguale e contraria

alla laterale *AB*. Questo vuol intendersi anche riguardo all' altra laterale *AC*.

VIII. Se mai le forze laterali *AB*, *AC* si uguaglino, la direzione della forza media *AF* dovrà bisecare l'angolo delle direzioni di quelle forze, e viceversa. E se le forze *AB*, *AC* si uguaglino, e l'angolo *BAC* sia di 120°, l'angolo *FAC* sarà di 60°, e 'l suo conseguente *CAD* sarà pure di 120°. Onde l'angolo *BAD* dovrà essere benanche di 120°. Il perchè essendo gli angoli *BAF*, *CAF* respettivamente uguali agli altri *DAL*, *DAE*; sarà ciascuno di questi di 60°, e con ciò dovrà essere di 60° tanto l'angolo *CAL*, che l'altro *BAE*. Dunque le *AL*, *AE* dividono respettivamente per metà gli angoli *CAD*, *BAD*, e quindi dev' essere *CA* uguale ad *AD*, ovverò ad *AF*. Vale a dire, *che se le forze laterali si uguaglino, e le direzioni di esse formino un angolo di 120°, la forza media dovrà pareggiare ciascuna delle laterali.*

IX. Dalle condizioni e limitazioni della forza media rapportate nei numeri III ed VIII si rileva, che la forza media in parità di altre circostanze, dee variare secondo che si cangi l'angolo delle direzioni delle forze laterali.

§. 112. *Scol.* Queste considerazioni della forza media fluiscono dalla di lei natura, e sono sufficienti a geometricamente determinarla. Tal forza non è che una sola. Ella dee avere le condizioni quassù rapportate, e non altre. Dunque necessariamente dev' essere quella, ove tali condizioni, e limitazioni abbiano luogo, ed a questo modo trovasi ordita la dimostrazione del seguente Problema.

§. 113. *Date l' energie e le direzioni delle forze laterali* AB, AC, *ritrovare l' energia e la direzione della forza media.*

Sol. Gli estremi delle rette AB, AC, che esprimono l' energie e le direzioni delle forze laterali, si uniscano colla BC, la quale si divida per metà nel punto O, e si unisca la retta AO. Dico, che il doppio della retta AO debba dinotare l' energia e la direzione della forza media.

La retta AO protraggasi da ambe le parti finchè le due AF, ed AD sieno duple di essa, e si congiungano le due rette CD, BD, che si dividano per metà nei punti G ed H. Si congiungano le rette AG, AH, le quali si prolunghino fino ai punti L ed E, tal che sia AL doppia di AG, ed AE doppia di AH, e si uniscano le rette BF, FC, CL, LD, DE, EB.

E poichè i due lati AO, OB del triangolo AOB sono respettivamente uguali ai due lati FO, OC del triangolo FOC, e l'angolo AOB contenuto dai lati del primo è uguale all' angolo FOC contenuto dai lati del secondo, dovrà essere la base AB del primo uguale alla base FC del secondo, e l' angolo OAB uguale all' altro OFC. Ma i due angoli OAB, OFC sono alterni delle rette AB, FC; dunque tali rette debbono essere parallele, e con ciò la figura quadrilatera $ABFC$ dev' essere un parallelogrammo. Inoltre, essendo FA uguale ad AD, e CG uguale a GD, dev' essere la GA parallela alla CF. Ma alla CF l' è parallela AB.

Dunque le due BA, ed AG debbono stare per dritto. Or, a cagione dei triangoli simili DAG, DFC, sta $DF : FC :: DA : AG$. Ma la DF è dupla di DA. Dunque dev'essere anche FC, o la sua uguale BA dupla di AG. Nello stesso modo potrà dimostrarsi, che la AE stia per dritto con AC, e sia uguale a questa. Di più se svanisca l'angolo BAC, la AF ne diviene uguale alle due BA e BF, ovvero alle due BA ed AC, e la AL, che pareggia AB, adegua la differenza tra AD ovvero AF ed AC, ed AE diviene la differenza tra AD ed AB. Che se l'angolo BAC facciasi di 180°, la retta AF diviene uguale alla differenza tra BA ed AC. Finalmente se le due BA ed AC si uguaglino, la retta AF dovrà dividere per metà l'angolo BAC. Che se le rette AB ed AC si uguaglino, e l'angolo BAC sia di 120°, sarà di 60° tanto l'angolo FAC, che è metà di BAC, che l'altro FCA, che è supplemento di BAC. Il perchè nel triangolo FAC essendo di 60° ciascuno dei due angoli FAC, FCA, sarà pure di 60° il rimanente angolo AFC. Onde la FA sarà uguale tanto alla CA, che ad FC, ovvero ad AB. E sarà pure AL uguale a ciascuna delle AC, AD, ed AE uguale tanto ad AB, che ad AD. Or la forza media non è che una sola, e quella esser dee, ove si trovino verificate tutte le condizioni e limitazioni, e tutti quei rapporti alle laterali, che debbono appartenerle (§. 111.). Ma tali cose si son dimostrate appartenere alla AF. Dunque la AF dev'essere la forza media domandata. C. B. F.

§. 114. *Cor.* Dalle rette AB ed AC, che ne dinotano le direzioni e l'energie delle forze

laterali si compisca il parallelogrammo *ABFC*, e si congiunga la diagonale *AF*. La *AF* dovrà dinotare l' energia e la direzione della forza media, la quale, come di per se comprendesi, l' è sempre minore delle due laterali *AB*, *AC* insieme prese.

§. 115. *Def. XXXVII.* Chiamasi *parallelogrammo delle forze* quello, che si compie dalle due rette, le quali ne dinotino l' energie e le direzioni delle forze, che insieme ne spingano un corpo.

PROP. XIII. PROBL.

§. 116. *Date l' energie e le direzioni di tre forze, che insieme ne spingano un corpo; determinare l' energia e la direzione della forza, che da quelle si compone.*

Sol. Le intensità e le direzioni delle forze, che insieme ne spingano il corpo (*fig. 13.*) *A* ne sieno dinotate dalle tre rette *AB*, *AC*, *AD*. Dalle due *AB*, *AD* si compisca il parallelogammo *ABED*, e si congiunga la diagonale *AE*. Dipoi dalle due *AE*, *AC* si compisca il parallelogrammo *AEFC*, e si congiunga la diagonale *AF* di questo. Dico, che la forza, la quale si compone dalle tre *AB*, *AC*, *AD*, ne venga dinotata nell' energia e nella direzione dalla *AF*.

Dim. Poichè se dalle due rette *AD*, *AC* si compisca il parallelogrammo *DC*, e poi dalla diagonale *AG* di questo e dalla retta *AB* si compisca l' altro parallelogrammo *BG*, ne risulterà *CG* uguale e parallela alla *AD*. Ma la *AD* è uguale e parallela alla *BE*. Dunque dev'essere

la *BE* uguale e parallela alla *CG*. Il perchè essendo *ED* uguale e parallela ad *AB*, ed *AB* uguale e parallela ad *FG*, sarà pure *ED* uguale e parallela ad *FG*, e con ciò dovrà essere *EF* uguale e parallela a *DG*, ovvero ad *AC*. Ora essendo le due *BE* ed *EF* respettivamente uguali e parallele alle due *CG*, *CA*, sarà l'angolo *BEF* uguale all' altro *ACG*, e la *BF* sarà pure uguale e parallela ad *AG*, e l' estremità *F* della diagonale del parallelogrammo, che si compie dalle due *AE*, *AC*, sarà pure l' estremità della diagonale *AF* del parallelogrammo, che si compie dalle *AB*, ed *AG*. Lo stesso si dica negli altri casi.

Intanto, essendo le due forze *AB*, *AD* equivalenti (§. 113.) alla forza media *AE*, tanto sarà imprimere al corpo *A* le tre forze *AB*, *AD*, *AC*, che le due *AE*, *AC*. Ma queste due forze determinano il corpo per la diagonale *AF* del parallelogrammo *AEFC*. Dunque la forza, che si compone dalle tre *AB*, *AD*, *AC*, ne sarà dinotata nell' energia e nella direzione della *AF*. C. B. F.

§. 117. *Cor. I.* Col medesimo artificio si potrà rinvenire l' energia e la direzione di quella forza, che si compone da più di tre forze insieme applicate ad un corpo, e di cui ne sieno date le intensità e le direzioni.

§. 118. *Cor. II.* Se una di più forze sia uguale e contraria a quella, che si compone dalle rimanenti, il corpo, cui esse sono applicate, si manterrà in quiete, ed esse forze si equilibreranno.

§. 119. *Def. XXXVIII.* La *risoluzione delle forze*, che è il Problema inverso di quel-

*

lo della loro composizione, riducesi a scindere una data forza in più laterali, che l'equivalgano.

§. 120. *Scol.* Affinchè il Problema della risoluzione delle forze sia determinato, convien fissare il numero e le direzioni delle forze laterali.

PROP. XIV. PROBL.

§. 121. *Diansi la direzione e la intensità della forza media, e 'l numero e le direzioni delle forze laterali, determinare l'energie di queste medesime forze laterali.*

Sol. Cas. I. Suppongasi in primo luogo, che le forze laterali, in che debba risolversi la forza media (*fig. 14.*) *AD*, sieno due, le quali agiscano per le direzioni *AG*, *AH*.

Dal punto *D* si distenda la *DB* parallela ad *AH*, e si compisca il parallelogrammo *ABDC*. Saranno *AB*, *AC* le intensità delle forze laterali, in che si risolve la forza *AD*. Il che è chiaro da ciò, che si è dimostrato nella Prop.XII.

Cas. II. Suppongasi in secondo luogo, che la forza media *AD* debba risolversi in tre forze laterali, che agiscano per le direzioni *AE*, *AF*, *AG*.

Pel punto *A* tra i lati dell' angolo *EAF* si distenda comunque la retta *AH*, e dal punto *D* si meni la *DB* parallela ad *AC*. Dipoi si compisca il parallelogrammo *DBAC*, e pel punto *C* si distenda la *CE* parallela ad *AF*, e si compisca il parallelogrammo *AFCE*. Saranno le *AB*, *AE*, ed *AF* le intensità delle forze, in che si risolve la forza media *AD*, come l'è di per se chiaro.

Nella stessa guisa dovrà procedersi per ri-

solvere la forza media AD in più di tre forze laterali, di cui ne sieno date le direzioni. C.B.D.

PROP. XV. TEOR.

§. 122. *Se una sfera solida ed emogenea ne sia spinta da una forza, che agisca per una direzione inclinata alla superficie di essa, quella sfera dovrà prendere due movimenti, uno equabile di rotazione intorno all' asse di quel cerchio massimo, il cui piano passa per la direzione della forza impressa, e l' altro parimente equabile, mercè il quale la sfera ne progredisce per la direzione di una retta distesa nel piano dello stesso cerchio massimo.*

Dim. Sia (*fig. 15.*) ABD l' intersezione della superficie della proposta sfera col piano disteso pel centro C di essa, e per la direzione DE della forza impressa. Intanto si congiunga il raggio CD, che si prolunghi verso F, e pel punto D si distenda la tangente DG. Dipoi dal punto E della retta DE si menino le perpendicolari EG, EF sulle rette CD, DG. Sarà un rettangolo la figura $EFDG$, e la forza impressa alla proposta sfera per la direzione DE si potrà risolvere nelle due altre, che agiscono per le direzioni delle rette FD, DG, e sono tra se nella ragione di $FD : DG$. Se ora si concepisca, che la proposta sfera ne sia spinta dalla sola forza DF; essa dovrà progredirne per la direzione della retta FD, che giace nel piano del cerchio $AHBD$, ne dovrà prendere alcun movimento intorno al centro C. Ma se la stessa sfera ne sia spinta solo dalla forza DG, che è perpendicolare al raggio CD; per la coerenza

delle parti di essa si dovrà aggirare con movimento uniforme intorno al diametro, che è perpendicolare al piano *AHB*. Il perchè se le due forze *DF*, *DG* sieno insieme impresse alla proposta sfera, o se la sfera ne sia spinta dalla forza *DE*, che si compone dalle due *DF*, *DG*, essa dovrà acquistare due movimenti, uno equabile di rotazione intorno all'asse di quel cerchio massimo, il cui piano passa per la direzione della forza impressa, e l'altro parimente equabile mercè il quale la sfera ne progredisce per la direzione della retta *FC* distesa nel piano dello stesso cerchio massimo. C. B. D.

CAP. IX.

DEI MOVIMENTI RIFLESSO E RIFRATTO.

§. 123. *Def. XXXIX.* Un corpo dicesi *duro* se comunque premuto o percosso non cangi di figura.

§. 124. *Def. XL.* Chiamasi corpo *molle* quell' altro, che ad ogni urto o pressione, che gli si arrechi, comprimesi agevolmente, senza che tenti di riacquistare la sua prima figura.

§. 125. *Def. XLI.* Un corpo dicesi *elastico* se per mezzo della percossa o della pressione gli si cangi la figura, ma esso può racquistarla tosto che l'azione del corpo premente o percuziente sia cessata. Ed un corpo si dirà *perfettamente elastico* se la restituzione della figura eseguasi con forza uguale a quella, che gli s' impresse.

§. 126. *Def. XLII.* I corpi perfettamente elastici si dicono semplicemente *elastici*.

§. 127. *Def. XLIII.* Qualora un corpo (*fig. 16.*) *E* essendo projettato per una qualunque direzione ne incontra la superficie *ABC* di un immobile corpo, e dal punto *B*, ove quello questa ne incontra, si elevi la perpendicolare *BF* a tal superficie; l' angolo *EBF* formato dalla direzione del movimento del primo corpo con quella perpendicolare si dirà *angolo d' incidenza*. Che se quel primo corpo, dopo averne incontrato l' altro, torni in dietro seguendo la stessa o altra direzione *BG*, l' angolo *GBF* formato da tal direzione colla medesima perpendicolare si dirà *angolo di riflessione*, e 'l movimento del corpo *E* si dirà riflesso. E se quel primo corpo *E* dopo averne incontrato l' altro *ABC* passi a traverso di questo, l' angolo acuto *HBD* formato dalla direzione *HB*, che quel corpo segue dentro questo secondo, colla medesima perpendicolare *FBD*, si dirà di *rifrazione*, e 'l movimento del corpo si dirà *rifratto*. In tal caso chiamasi *mezzo* lo spazio vuoto, ed ogni sostanza materiale di uniforme densità, che vien traversata dal corpo *E* sì prima, che dopo di esserne pervenuto al punto *B*.

PROP. XVI. TEOR.

§. 128. *Se un corpo duro ovvero elastico ne sia spinto per una qualunque direzione contro la superficie di un immobile corpo elastico; il movimento di quello sarà riflesso, e l' angolo d' incidenza dovrà pareggiare quello di riflessione, col quale giacerà pure in un medesimo piano.*

Dim. Cas. I. Suppongasi primieramente,

che il corpo duro ovvero elastico *F* ne sia spinto contro l' altro corpo elastico *ABC* per la direzione *FB* perpendicolare alla superficie di questo. Sarà chiaro, che nel momento dell' urto debbano schiacciarsi i due corpi, e che la forza, onde ambedue vengono schiacciati, sia quanto quella del corpo *F*. Ma appena seguito l' urto, non potendo il corpo *ABC* progredirne per *BD*, le parti compresse di esso debbono dispiegarsi da *B* verso *F* con una forza uguale a quella, onde ne furono compresse, e nell' istante, in che si dispiegano le parti compresse del corpo *ABC*, si dispiegano pure le parti compresse del corpo *F* con una forza uguale a quella, onde ne furono premute. Dunque l' intiera forza, colla quale le parti dei due corpi si dispiegano da *B* verso *F*, dee pareggiare quella, onde i medesimi corpi ne furono compressi. Il perchè il corpo *F* dopo dell' urto dovrà dirigersi da *B* verso *F* con una forza uguale a quella, onde fu spinto da *F* verso *B*, ed in tal caso ciascuno degli angoli d' incidenza e di riflessione è uguale a zero.

Cas. II. Suppongasi in secondo luogo, che il corpo duro o elastico *E* ne sia spinto per la direzione *EB* inclinata alla superficie del corpo elastico *ABC*.

Pel punto *B* si elevi alla superficie *ABC* la perpendicolare *BF*, e nel piano delle due *BE*, *BF* si distenda per lo stesso punto *B* la retta *KBI* tangente alla medesima superficie. Inoltre la forza *BE*, onde n' è spinto il corpo *E*, si risolva nelle due *BL*, *BM*, di cui la prima sia perpendicolare alla *KI*, e l' altra coincida con questa. Or poichè il corpo *E* n' è spinto dalla forza *BE*, ch' è equivalente alle due

BL, *BM*; l'è chiaro, che la forza, onde le parti dei due corpi *ABC* ed *E* ne son compresse, debba esserne dinotata dalla *BL*; poichè la forza *BM*, essendo diretta per la tangente alla superficie *ABC*, non influisce allo schiacciamento delle parti dei due corpi. Dunque il corpo *E* pervenuto al punto *B* ne sarà spinto da una forza *BM*, che agisce da *B* verso *K*, e da un' altra forza *BL*, che agisce da *B* verso *L* (*Cas. I.*). Il perchè lo stesso corpo dovrà dirigersi per la diagonale *BN* del parallelogrammo, che si compie dalla *BL*, e dall' altra *BK* uguale a *BM*, e per dritto con questa. Onde i due triangoli *BLE*, *BLN*, avendo i due lati *BL*, *LE* uguali ai due lati *BL*, *LN*, l'uno all' altro, e l'angolo *BLE* uguale all' altro *BLN*, perchè ciascuno di essi è retto, dovranno avere l'angolo *LBE* uguale all' altro *LBN*. Ma questi angoli sono in un medesimo piano. Dunque è vero, che se un corpo duro, ovvero elastico ec. C. B. D.

§. 129. *Cor. I.* Di qui si rileva, che se un corpo elastico ne sia spinto contro la superficie di un immobile corpo duro, il movimento di quello sarà riflesso, e l' angolo d' incidenza pareggerà l' altro di riflessione, col quale giacerà pure in uno stesso piano.

§. 130. *Cor. II.* Che se i due corpi *E* ed *ABC* sieno duri, risolvendo la forza *BE* nelle due *BL* e *BM*, di queste la prima verrà distrutta nel momento dell' urto dalla fermezza ed immobilità del corpo *ABC*, e l' altra *BM* resterà intatta. Dunque il corpo *E* pervenuto al punto *B* dovrà dirigersi per la tangente *BK* alla superficie del corpo *ABC*.

PROP. XVII. TEOR.

§. 131. *Se ad un corpo di figura sferica si rechi una spinta per una certa direzione, ed esso ne passi da un mezzo in un altro di densità maggiore, sarà sempre l'angolo d' incidenza minore dell' angolo di rifrazione, col quale giacerà pure in un medesimo piano.*

Dim. Quì possono darsi due casi, o che il proposto corpo si muova per una direzione perpendicolare alla superficie del secondo mezzo, o pure per una direzione inclinata. In ciascuno di questi casi supporremo, che sia piana la superficie, che separa i due mezzi.

Cas. I. Suppongasi primieramente, che il corpo (*fig. 17.*) *STV* di figura sferica sia spinto per la direzione della retta *TO* perpendicolare alla superficie piana *AOD*, che separa il mezzo *ATD*, dal quale sorte esso corpo, dall' altro *ADCB*, nel quale introducesi, e che è di una densità maggiore del primo. Intanto pel centro della sfera *STV* si distenda il piano *SV* perpendicolare alla retta *TP*. Sarà chiaro, che se per la retta *OT* si distenda un piano, le particelle del mezzo, che ne sono urtate dalla quarta parte *ST* dell' intiera superficie sferica *STV* debbano opporre al movimento del corpo una resistenza uguale a quella, che vi oppongono le particelle dello stesso mezzo, che ne sono urtate dall'altra quarta parte della medesima superficie, e che la resistenza delle prime agisca per una direzione parallela a quella, secondo la quale agisce la resistenza, che si oppone dalle seconde. Il perchè il corpo *STV* non verrà deviato dal suo sentiere dalla resistenza, che il mezzo *ATD*

oppone al suo movimento, ma ne sarà soltanto diminuita la velocità di esso. Ma poichè il mezzo *ABCD* è di una densità maggiore di quella dell'altro *ATD*, la resistenza, che questo oppone al movimento del corpo, è maggiore della resistenza, che allo stesso movimento quello vi oppone. Dunque passandone il corpo dal mezzo *ATD* nell'altro *ABCD* dovrà diminuirsi maggiormente la velocità di esso, ma non si dovrà alterare la direzione di quel movimento; poichè essendo questa perpendicolare alla superficie *AOD*, la resistenza, che il mezzo *ABCD* oppone al movimento del corpo, si farà colla medesima energia, e per direzioni parallele dall' una e dall' altra parte della *TO*.

Cas. II. Suppongasi in secondo luogo, che il corpo *FEG* ne sia spinto per la direzione *IO* inclinata alla superficie piana *AD*, che separa il mezzo *AID* dall'altro *ABCD*.

Pel centro *I* della sfera *FEG* si distenda il piano *FIG* perpendicolare alla *IO*. Sarà chiaro pel caso precedente, che mentre la sfera *FEG* si trova intieramente nel mezzo *ATED* non debba cangiarsi la direzione del movimento di essa. Ma allor che il centro *I* della sfera *FEG* ne perviene nel punto *H*, che dista dal piano *AD* per quanto è il raggio *IG* della stessa sfera, il punto *K* della superficie di essa incontrandone il mezzo *ADCB* dovrà vincere l'inerzia di questo, che è più denso dell'altro *ATED*. Dunque il centro *H* della sfera *MKL* dovrà muoversi per una direzione, che trovasi al di sopra della *HO* relativamente al piano *AOD*. Onde poichè la sfera *MKL* nell'intromettersi nel mezzo *ADCB* incontra maggior resistenza nella parte, che è al

di sotto della *OH*, che in quella, che trovas al di sopra; l' è chiaro, che il centro di essa dal punto *H* insino a quello, nel quale la medesima sfera trovasi intieramente immersa nel mezzo *ADCB* debba descrivere una linea curva *HQ*, di cui quella porzione, che è nel mezzo *ATED* volgerà la sua convessità al piano *AD*, e l'altra porzione, che trovasi nel mezzo *ADCB* volgerà la sua concavità verso lo stesso piano. Ma tal curva ne intersega la perpendicolare *TP* elevata dal punto *O* al piano *AOD* sotto un angolo maggiore di quello d' incidenza *IOT*. Dunque se ad un corpo ec. C. B. D.

§. 132. *Cor. I.* Suppongasi, che la *IO* formi col piano *AOD* un angolo assai picciolo. Sarà chiaro, che pervenendo il centro *I* della sfera nel punto *H*, la resistenza del mezzo *ADCB* ne farà rimbalzare la sfera *MKL*. Il che si osserva nelle palle da cannone, qualora esse vengono spinte per direzioni, che formano angoli picciolissimi colla superficie del mare.

§. 133. *Cor. II.* Dalla dimostrazione del precedente Teorema si rileva, che se ad un corpo di figura sferica si rechi una spinta per una certa direzione, ed esso ne passi da un mezzo in un altro di densità minore, dovrà essere sempre l' angolo d' incidenza maggiore dell'angolo di rifrazione.

CAP. X.

GENERALI CONSIDERAZIONI SULLE FORZE CENTRIPETE, E DELLA GRAVITA' TERRESTRE.

PROP. XVIII. TEOR.

§. 134. *L' energie di qualunque virtù, che da un punto si diffonde in direzioni rettilinee, in due differenti luoghi sono nella ragione inversa dei quadrati delle distanze di esso punto da quei luoghi.*

Dim. Sia (*fig. 18.*) P quel punto dal quale si diffonda una certa virtù, e si concepiscano descritte le due sfere AB, CD, che abbiano il punto P per centro comune. Dico, che l' energia della virtù diffusa dal punto P nel luogo D stia all' energia della stessa virtù nel luogo B, come il quadrato di PB a quello di PD.

Poichè la virtù, che dal punto P si diffonde in direzioni rettilinee ne investe ugualmente tanto le parti della superficie sferica AB, che quelle della superficie sferica CD. Il perchè se delle due superficie sferiche AB, CD se ne prendano le aliquote simili, in queste vi si dovranno contenere quantità uguali di quella virtù, che dal punto P si diffonde in direzioni rettilinee. Sieno intanto BHG, DFE tali aliquote, e sia pure IKL una porzione della superficie sferica AB uguale a DFE. Sarà chiaro, che debba stare la superficie sferica BHG all' altra IKL come $PB^2 : PD^2$. Onde se le virtù emanate dal punto P per le intiere superficie BHG, DFE si concepiscano concentrate nei soli punti B e D; dovranno essere uguali l' energie della virtù del

punto *P* nei punti *B* e *D*. Ma intendendosi pur concentrate nei punti *B* ed *I* le virtù del punto *P* dissipate per le superficie *BKG*, *IKL*; dovrà stare l'energia nel punto *B* a quella nel punto *I* come PB^2 a PD^2. Dunque se facciansi le superficie *BHG*, *DFE* picciolissime ed uguali, saranno pure l'energie della virtù emanata dal punto *P* nei luoghi *D* e *B* nella ragione di PB^2 a PD^2. C. B. D.

§. 135. *Cor. I.* Adunque se da un punto si diffonda in direzioni rettilinee una certa virtù di attirare, d' illuminare, di riscaldare, ec. i corpi, l' energie di ciascuna di tali virtù in due differenti luoghi saranno tra se nella ragione inversa dei quadrati delle distanze di esso punto da quei luoghi.

§. 136. *Cor. II.* E poichè tutti i corpi della nostra Terra a qualunque altezza si elevino tosto che son lasciati cadono di bel nuovo sulla superficie terrestre per direzioni ad essa perpendicolari; l' è chiaro, che dal centro della Terra si debba diffondere (§. 100. Leg. I.) in direzioni rettilinee una certa virtù di attirare i corpi, che gli sono intorno.

§. 137. *Cor. III.* Il perchè essendo picciolissime le altezze, cui possiamo innalzare i corpi dalla superficie della Terra rispetto al raggio della stessa Terra (come in appresso sarà mostrato); si potranno aver per uguali i quadrati del raggio terrestre, e di questo raggio aumentato della massima altezza, cui possiamo far ascendere i gravi. Dunque I. *Debbono aversi per uguali le forze, onde verso il centro della Terra ne viene spinto un corpo ora posto in un luogo qualunque della superficie terrestre, ed ora*

posto sulla vetta di un alto monte, che quivi si erige, o nella parte più bassa di una profonda valle, che ivi si ritrovi. II. *Debbono aversi di uguali intensità le spinte, che in ciascun istante del suo movimento riceve un corpo, il quale ne discende sulla superficie terrestre da un' altezza qualunque, cui siasi elevato, o pur che ne sia spinto in sù per una direzione perpendicolare alla superficie terrestre*, supposto che nell'uno e nell'altro caso sia tolta la resistenza, che l' aria oppone al movimento di esso corpo.

§. 138. *Cor. IV.* E poichè spinte uguali generano uguali gradi di velocità in un medesimo corpo (§. 92.); l' è chiaro; I. *che il movimento di un corpo, che nelle vicinanze di nostra Terra si fa liberamente discendere, debba essere uniformemente accelerato*, II. *e che debba essere uniformemente ritardato il movimento di un corpo, che ne sia spinto in sù verticalmente*, supposto che in ciascuno di questi casi sia tolta la resistenza, che l' aria oppone al movimento del corpo.

§. 139. *Cor. V.* Dunque tutto ciò che relativamente ai moti uniformemente accelerato ed uniformemente ritardato fu dimostrato nel Cap. V. si può convenevolmente applicare ai movimenti dei corpi, che nelle vicinanze di nostra Terra si lasciano discendere dalla quiete, ed a quelli dei corpi, che ne sono spinti in sù verticalmente, supposto tolta la resistenza dell' aria.

§. 140. *Cor. VI.* E poichè dalle sperienze accuratamente istituite in Parigi si è rilevato, che un corpo, il quale nelle vicinanze di nostra Terra si lasci nel vuoto cadere dalla quiete, per-

corre uno spazio di $15^{pi.},1$; l'è chiaro, che se con v si dinoti la velocità, che esso corpo si acquista dopo averne percorsò lo spazio di $15^{pi.},1$, e per a si dinoti un' altra qualunque altezza,

dovrà stare (§.76.) $\sqrt{15^{pi.},1} : \sqrt{a} :: v : v\sqrt{\frac{a}{15^{pi.},1}}$.

Ma v dinota lo spazio, che in un secondo di tempo il proposto corpo ne percorrerebbe equabilmente colla velocità da esso acquistata dopo essere disceso nel vuoto per lo spazio di $15^{pi.},1$. Dunque (§. 77.) dev' essere $v = 30^{pi.},2$. Il perchè la velocità $v\sqrt{\frac{a}{15^{pi.},1}}$, che si acquisterebbe il corpo discendendo dalla quiete nel vuoto dall' altezza a, dovrà pareggiare $30,2\sqrt{\frac{a}{15,1}}$, cioè $2\sqrt{15^{pi.},1 \cdot a}$.

§. 141. *Cor. VII.* E poichè nel discendere un corpo dalla quiete nelle vicinanze di nostra Terra la velocità di esso in uguali tempuscoli si accresce di uguali quantità per cagione delle spinte uguali, che esso riceve verso il centro della Terra; l'è chiaro, che qualora quel corpo ne viene spinto verticalmente da una forza qualunque, la velocità di esso debba diminuire di quantità uguali nei medesimi uguali tempuscoli, fintantochè ne resti annullata l'intiera velocità, che ad esso s' impresse. Ma questa medesima velocità il corpo si acquisterebbe calando dalla quiete dal punto, ov' è salito, insino a quello, da cui n' è stato spinto. Dunque *se un corpo si lasci liberamente discendere da una qualunque al-*

tezza, esso dovrà tanta velocità acquistarsi, che con altrettanta sospintone verticalmente potrà montare alla medesima altezza.

§. 142. *Def. XLIV.* Quella forza continua, che investendo un corpo il fa tendere sempre ad un dato punto, chiamasi *gravità* o *forza centripeta*. Esso corpo si dice *grave*, e 'l punto, ove ne tende appellasi *centro delle forze*, o semplicemente di lui *centro*.

§. 143. *Scol.* Cotesta tendenza dei gravi o consiste nella loro discesa verso del centro, o nel conato di discendervi. La prima si appalesa in quei gravi, che si lasciano cadere liberamente, nè son poi da corpi stranieri nel loro cammino impediti, e la seconda in quegli altri si sperimenta, che son ritenuti da ostacoli invincibili, o pur che si volgono intorno al centro delle forze. Così la gravità terrestre, che l' è una specie di tali forze, obbliga un grave a calar giù verticalmente, o per un piano inclinato, tosto che esso si lasci nel vuoto, o in un fluido di esso grave più leggiero. Ella fa che un altro grave prema quel piano su cui poggia, o che tenda quel filo, da cui è sospeso.

§. 144. *Def. XLV.* La tendenza dell'intiero grave al centro della Terra chiamasi *peso* del corpo.

§. 145. *Cor. I.* Il peso di un corpo si valuta da quella forza, onde se ne impedisce la discesa di esso verso del centro.

§. 146. *Cor. II.* Il peso di un corpo, che è la somma dei conati, onde ciascuno dei di lui elementi vuol irne al centro, convien che si valuti dal numero di cotesti elementi, e dalla tendenza di ciascheduno. Ma il numero degli ele-

menti di un corpo adegua la massa del corpo stesso. Dunque *il peso di un corpo adegua la massa di esso multiplicata per la tendenza di un suo elemento verso del centro.*

§. 147. *Cor. III.* Il perchè i pesi di due corpi posti ad uguali distanze da un centro di forze debbono essere proporzionali alle masse di essi.

§. 148. *Cor. IV.* Sebbene ignoriamo la cagione della gravità terrestre, e 'l modo, onde essa agisce; si sa non di meno, che debba investirne non solo l' esterne di loro parti, ma le interne ancora. Poichè se in quelle sol ne agisse, dovrebbe cangiarsi il peso di un corpo al cangiarsi della di lui superficie. Il che ripugna ad una continuata sperienza.

§. 149. *Scol.* Se nel vuoto Boileano si facciano cadere più gravi comunque differenti nella massa, nel volume, nella densità, ec., ed ancorchè uno di essi sia una levissima piuma, ed un' altro una palla di oro ponderosa, si vedranno tutti discendere (come avealo presagito il Galilei) in tempi uguali da uguali altezze. Dunque le velocità finali di questi corpi dovranno uguagliarsi, ed i pesi loro, che come altrettante potenze continue uniformi (1) le han prodotte, saranno proporzionali alle masse (§. 92.).

---

(1) *Cioè, di cui ciascuna agisce sempre colla stessa energia.*

CAP. XI.

DELLA LIBERA DISCESA DEI GRAVI PER PIANI DECLIVI.

§. 150. *Def. XLVI. Piano inclinato*, *obbliquo*, o *declive* dicesi quello, che non è posto verticalmente, nè in sito orizzontale. E chiamasi *obbliquità* di un tal piano quell' angolo acuto, che ne misura la sua inclinazione all' orizzonte.

§. 151. *Def. XLVII.* Per la retta (*fig. 19.*) *PN* perpendicolare al piano inclinato *QC* conducasi il piano verticale *TPN*, la comune sezione *TP* di questo piano, e di quello dirassi *lunghezza* del piano inclinato.

PROP. XIX. TEOR.

§. 152. *Un grave posto sopra un piano declive cerca di scendere per la lunghezza di esso con una forza, che sta al suo peso nella ragione del seno dell' obbliquità del piano al raggio.*

Dim. Il peso del corpo *P*, che è sul piano inclinato *QC* esprimasi dalla retta verticale *PL* condotta pel luogo, ove quello ne giace, e sopra la *PN* perpendicolare allo stesso piano si cali dal punto *L* la perpendicolare *LN*, e poi si compia il parallelogrammo *PMLN*. Finalmente si protraggano le due rette *PM*, *PL* finchè incontrino il piano orizzontale *AB* nei punti *T* ed *O*, e si unisca la retta *TO*.

E poichè il piano *QC* è perpendicolare (18. El. XI.) al piano verticale *TPO*, ed allo stesso piano l'è anche perpendicolare (18. El. XI.) il

piano orizzontale *AB*, la retta *CT*, che è comune sezione dei piani *QC*, *AB*, sarà perpendicolare al piano (19. El. XI.) verticale *TPO*. Il perchè dev' essere retto tanto l' angolo *CTP*, che l' altro *CTO*, e l' angolo *PTO* sarà la misura dell' inclinazione del piano *QC* al piano *AB* (Def. VI. El. XI.), cioè l' obbliquità dello stesso piano *QC*.

E perchè la forza, che spinge il grave *P* sopra il piano declive è dinotata dalla retta *PM*, ed essa sta al peso del grave come *PM* a *PL*, cioè come *PO* a *PT* (essendo simili i due triangoli *PML*, *POT*), o pure come il seno dell' angolo *PTO* al raggio; sarà vero, che il grave *P* debba discendere per la lunghezza *PT* del piano inclinato *QC* con una forza, che sta al suo peso, come il seno dell'obbliquità del piano al raggio. C. B. D.

§. 153. *Cor. I.* Se un globo ponderoso e duro si lasci discendere per un piano inclinato, il quale sia fermo, immobile, ed incapace di aggirarsi o di rinculare, il suo moto dovrà essere uniformemente accelerato. Poichè la forza, che all' ingiù ne spigne cotesto globo, serbando al peso di esso la costante ragione del seno dell' obbliquità del piano al raggio, dee essere uniforme, e 'l movimento del globo uniformemente accelerato (§§. 137, e 138).

§. 154. *Cor. II.* E quindi le principali affezioni di questo moto, che furono esposte nei §§. 75, 76, e 77, converranno alla discesa di un globo sopra un piano declive fermo ed immobile, ed ove si prescinda della resistenza dell' aria, e dallo stropicciamento del globo col piano.

§. 155. *Cor. III.* Dal precedente Teorema

rilevasi, che la massa di un corpo multiplicata pel seno dell'obbliquità di quel piano, ove esso giace, uguagli il raggio trigonometrico multiplicato per la forza, cón cui lo stesso corpo cerca di scendere pel piano. Dunque essendo costante il raggio trigonometrico, potrà inferirsi, che *le forze, onde più gravi posti sopra altrettanti piani cercano di scendervi sieno proporzionali ai loro pesi, ed ai seni delle rispettive obbliquità dei piani.*

PROP. XX. TEOR.

§. 156. *Se dalla cima di un piano inclinato si facciano discendere due gravi, uno verticalmente, l'altro per la lunghezza del piano; gli spazii, che essi descriveranno dopo un dato tempo saranno tra se nella ragione del raggio al seno dell' obbliquità del piano. Ed in questa stessa ragione saranno pure le respettive velocità finali dei medesimi gravi.*

Dim. Le rette uguali (*fig.* 10.) AB, DE dinotino i tempi uguali, nei quali si muovono i proposti corpi, e le perpedicolari BC, EF elevate dagli estremi B ed E di esse ne dinotino le respettive velocità, che quei corpi si acquistano alla fine dei medesimi tempi. Saranno i triangoli ABC, DEF come gli spazii contemporaneamente descritti dai proposti corpi.

E poichè le forze, che accelerano il grave cadente verticalmente, e l'altro, che giù ne scende pel piano inclinato, sono tra se come il raggio al seno dell'obbliquità del piano (§.152.); saranno le velocità finali BC ed EF dei mentovati corpi come il raggio trigonometrico al seno

dell'obbliquità del piano. Il perchè anche i triangoli *ABC*, *DEF* di uguali altezze *AB*, *DE* dovranno essere tra se nella ragione del raggio al seno dell'obbliquità del piano. Ma quei triangoli ne dinotano gli spazii contemporaneamente descritti dai proposti corpi. Dunque se dalla cima ec. C. B. D.

§. 157. *Cor. I.* Sieno (*fig. 20.*) *AB*, *AM* gli spazii contemporaneamente descritti da due gravi, che partendo dalla cima del piano inclinato *AC* si conducono uno per l' altezza *AB* e l'altro per la sua lunghezza *AC*. Dal punto *B* si elevi alla *BA* la perpendicolare *BC* nel piano *BAC*, e si congiunga la *BM*. Sarà *AB* ad *AM* come il peso del corpo, che scende verticalmente alla forza acceleratrice di quell'altro, che cala pel piano inclinato *AC*, cioè come il raggio al seno dell' angolo *ACB*, val quanto dire come *AC* ad *AB*. Dunque i due triangoli *ABC*, *ABM*, che hanno l' angolo *BAC* di comune, ed i lati *BA* ed *AC* proporzionali ai lati *AM* ed *AB*, saranno tra se equiangoli : onde l'angolo *AMB* sarà retto al par del suo uguale *ABC*.

§. 158. *Cor. II.* Dunque la retta *BM*, che unisce gli estremi *B* ed *M* degli spazii *AB*, *AM* descritti in tempi uguali, e dal grave, che cala verticalmente, e da quell' altro, che discende pel piano obbliquo *AC*, l' è perpendicolare al medesimo piano.

PROP. XXI. TEOR.

§. 159. ***Se due gravi* A *ed* a *si facciano insiem cadere dalla cima del piano inclinato* AC, *questo però verticalmente, quello per la***

lunghezza del piano, essi giungeranno all' orizzonte con velocità uguali, ed i tempi delle loro discese saranno come gli spazii percorsi.

Dim. E poichè gli spazii AB, AC sono descritti dai corpi a ed A con moti uniformemente accelerati, dovrà stare AB ad AC in ragion composta (§. 78.) della velocità in B alla velocità in C, e del tempo per AB al tempo per AC, o della velocità in B alla velocità in C, e del (§. 158.) tempo per AM al tempo per AC. Dunque dovrà stare (§. 67.) la velocità in B alla velocità in C in ragion composta di AB ad AC, e del tempo per AC al tempo per AM. Ma il tempo della discesa di un grave per AC sta al tempo della discesa di esso per AM (§. 153.) come la radice quadrata di AC a quella di AM, o come AC ad AB. Dunque dee star pure la velocità in B alla velocità in C in ragion composta di AB ad AC e di AC ad AB, o come il rettangolo di AB in AC a quello di AC in AB. Onde essendo tra se uguali questi rettangoli, saranno anche uguali quelle velocità.

Inoltre, poichè tanto tempo impiega un grave a discendere naturalmente per l' altezza AB del piano inclinato AC, quanto ne impiegherebbe a discendere per AM; sarà il tempo per AC al tempo per AB come la radice quadrata di AC alla radice quadrata di AM, o come AC ad AB. Dunque se due gravi A ed a ec. C.B.D.

§. 160. *Cor.* Dunque *i tempi, in che più gravi discendono per altrettanti piani diversamente inclinati all' orizzonte, e della stessa altezza, sono come le lunghezze dei piani, che*

percorrono. E sono tra se uguali le velocità, onde essi pervengono all' orizzonte.

PROP. XXII. TEOR.

§. 161. *Se vi sieno due piani contigui diversamente inclinati all' orizzonte; la velocità, che acquistasi da un grave in calando pel piano superiore, sta a quella con cui entra nell' inferiore, come il raggio al coseno dell'angolo d' inclinazione dei medesimi piani.*

Dim. Le rette (*fig.* 21.) *NB*, *BC* dinotino le lunghezze dei piani contigui per cui ne scenda un grave, e l' energia di quella forza, che esso acquista in *B* esprimasi dalla *NB*. Si cali dal punto *N* la perpendicolare *NM* sulla *CB* prolungata, e si compia il rettangolo *BDNM*.

Ciò posto. La forza *NB* equivale alle due *BD*, *BM*. Ma di queste la prima direttamente impiegasi contro del piano *BC*, e per la resistenza di esso si elide interamente. Dunque al grave *B* nel passare dal piano *NB* nell'altro *BC* restagli solo la forza *MB*. Ma nello stesso corpo le forze sono come le velocità, che vi producono (§. 89.). Dunque la velocità, che acquistasi un grave discendendo per *NB* sta a quella con cui n' entra nel piano *BC*, come *NB* a *BM*, cioè come il raggio al coseno dell'angolo *NBM*, che misura l' inclinazione dei piani contigui *NB*, *BC*. C. B. D.

§. 162. *Cor. I.* Col centro *B* ed intervallo *BN* descrivasi l' arco circolare *NS*. Sarà *SM* differenza delle due *BN*, *BM*, ed insieme seno verso dell' arco *NS*, o dell'angolo *NBM*. Dun-

que la velocità, che perde il grave B passando dal piano NB nell' altro BC, sta alla velocità acquistatasi nella discesa per NB, come il seno verso dell'angolo d' inclinazione dei piani contigui al raggio.

§. 163. *Cor. II.* Sia l' angolo NBS minore di qualunque acuto rettilineo (quale è per appunto quello, che forma ogni elemento di un arco di cerchio colla sua tangente). Sarà l'arco NS infinitesimo rispetto alla circonferenza del raggio SB, e la sua corda SN una parte infinitesima del diametro $2SB$. Ma per la natura del circolo sta SM ad SN come SN a $2SB$. Dunque SM sarà pure infinitesima rispetto ad SN, ed infinitesima di secondo ordine rispetto a $2SB$.

§. 164. *Cor. III.* Val quanto dire, *il grave* B *passando dal piano* NB *nel contiguo* BC *non soffre sensibile perdita di velocità, quando sieno questi piani tra se inclinati ad angolo ottusissimo.*

PROP. XXIII. TEOR.

§. 165. *Sia* ABCDE (fig. 22.) *una linea curva verticalmente disposta, e colla concavità in sù. Dico, che la velocità finale di un grave, che vi si lasci liberamente discendere dentro debbasi all' altezza dell' arco.*

Dim. Sieno AB, BC, CD, DE gli elementi contigui di quella curva, onde col suo proprio peso discenda il grave per la di lei parte concava. Pei punti A, C, D, E si distendano le rette orizzontali AF, CQ, DG, EH, e si protraggano gli elementi CB, DC, ED finchè

ne incontrino la retta AF nei punti L, K, F, e pei punti L, K, F si menino le rette LQ, KG, FH perpendicolari alle CQ, DG, EH.

E poichè il grave non soffre sensibile perdita di velocità passando dall'elemento AB nell' altro contiguo BC (§. 164.), la velocità, che esso si acquista discendendo per ABC, sarà quanto quella, che gliene verrebbe calando pel solo piano LBC, o per l'altezza LQ di esso. Similmente, lo stesso grave entrando nel piano DC non soffre sensibile perdita della velocità, che aveva in C, e quindi percorso l'elemento CD troverassi avere in D tanta velocità, quanta ne avrebbe conceputa in D calando pel solo piano KCD, o per l'altezza KG di questo. Dunque, continuando in simil guisa cotesto ragionamento, la velocità, che si acquista un grave discendendo per un qualunque arco posto in un piano verticale, è dovuta all' altezza del medesimo arco. C. B. D.

§. 166. *Cor.* Il perchè se un grave (*fig.* 23.) R stia attaccato all' estremità di un sottilissimo filo, che abbia fisso l'altro estremo C, ed esso si rimuova dalla posizione verticale, tal che ne passi in CO, abbandonando un tal grave a se stesso, dovrà esso in forza del suo peso discendere al punto infimo R dell'arco circolare ORN, e quivi acquistarsi una velocità valevole a fargli percorrere l'arco RN uguale ad RO, supposto, che sia tolta la resistenza dell'aria, e lo sfregamento del filo intorno al punto di sospensione.

CAP. XII.

GENERALI CONSIDERAZIONI SUL MOTO DEI CORPI, CHE NEI MEZZI LIBERI SI AGGIRANO INTORNO AGLI IMMOBILI CENTRI DELLE FORZE.

PROP. XXIV. PROBL.

§. 167. *Se ad un corpo imprimasi una forza finita per la direzione di una data linea retta mentre di continuo ne sia attirato verso un centro di forze, che trovasi fuori la direzione di quella retta; il sentiero di quel corpo sarà curvilineo, giacerà nel piano condotto pel detto centro di forze, e per la direzione di quella forza finita, e volgerà la sua parte concava verso lo stesso centro.*

Dim. Se (*fig.* 24.) il corpo *A* fosse animato dalla sola forza impressagli per *ABD*; esso progredirebbe equabilmente per la retta *AD* senza mai mutare direzione: e quindi se *AB* dinoti quello spazietto, che lo stesso corpo percorre nel primo elemento di tempo; le retticciuole *BD*, *DX*, ec. uguali alla prima sarebbero percorse dal mobile *A*, nel secondo elemento di tempo, nel terzo, nel quarto, ec. Ma tosto che esso giunge nel punto *B* riceve una spinta verso il centro delle forze, la quale da se sola lo farebbe discendere per lo spazietto *BP* in quello stesso tempo, che avrebbe descritta la *BD* colla sola forza d' impulsione. Dunque esso con ambedue queste forze dovrà equabilmente percorrere la diagonale *BC* del parallelogrammo *BPCD*, e nel medesimo tempo, che colla sola forza d' impulsione ne avrebbe descritta la *BD*.

Inoltre, se non vi fosse altra sollecitazione verso il centro *S* delle forze, il corpo seguirebbe il suo cammino per la retta *BCR*, descrivendo la *CR* uguale a *CB* nel medesimo tempo, che *CB*. Ma replicandoglisi in *C* una spinta per *CS*, che valga a farlo discendere per *CQ* nello stesso tempo, in che avrebbe descritta la *CR*; l'è chiaro, che secondando queste due forze esso descriva la *CN* diagonale del parallelogrammo *RCQN*, e così in appresso.

E poichè la velocità acquistatasi dal corpo *A* nella discesa per *BP* è infinitesima rispetto a quella, che vien generata dalla forza di projezione, dovrà essere *BP* infinitesima rispetto ad *AB*, e quindi anche *CD* infinitesima rispetto a *DB*. Dunque descrivendosi un circolo intorno al triangolo *BDC*, sarà l'arco sotteso dalla *DC* infinitesimo rispetto a quello, che da *DB* si sottende: e perciò l'angolo *DBC* sarà evanescente rispetto a *BCD*, o al suo uguale *CBS*; e quindi sarà infinitamente ottuso l'angolo *ABC*. Nello stesso modo potrà dimostrarsi, che sieno infinitamente ottusi gli angoli *BCN*, *CNF*, ec., che tra se comprendono le rette infinitesime *BC*, *CN*, *NF*, ec. Dunque sarà curvilineo il sentiero del corpo *A*, e'l sarà pure concavo verso il centro *S*; poichè gli angoli *ABC*, *BCN*, *CNF*, ec. hanno le loro aperture rivolte al punto *S*. Or giacendo nel piano delle due rette *DB*, *BS* non solo il triangolo *ABS*, ma benanche l'altro *BSC*; saranno essi triangoli nel piano disteso per le rette *AX*, ed *AS*: la qual cosa potendosi in simil guisa dimostrare degli altri triangoli *CSN*, *NSF*; la curva descritta dal projetto dovrà giacere nel piano delle rette *ADX* ed

AS; cioè della direzione della forza projettile e di quella retta, che passa pel centro delle forze e pel punto della projezione. C. B. D.

§. 168. *Cor. I.* Dunque se da un luogo *A* della superficie terrestre si projetti un grave per una direzione *ABX*, che non sia perpendicolare alla medesima superficie, quel grave, quantunque debba superare la resistenza dell' aria, dovrà descrivere una curva, che trovasi nel piano disteso per la retta *ABX*, e pel centro *S* della Terra. Ciò è quanto avviene alle palle di cannone, di archibusi, e ad altri oggetti, che dalla superficie della Terra ne son lanciati per direzioni, che non sono perpendicolari alla medesima superficie.

§. 169. *Cor. II.* Se mentre (*fig.* 25.) il grave *A* venga trasportato equabilmente per la direzione orizzontale *AP*; ne sia spinto per la direzione verticale *AZ*, esso dovrà descrivere al di sopra della *AP* una linea curva *ADFLP* in un tempo uguale a quello, in che ne perverrebbe al punto *P* col solo movimento orizzontale. In fatti se sopra le rette *AZ*, *AP* si prendano gli spazietti *AB*, *AC* uguali a quelli, che in un dato tempuscolo sarebbero percorsi dal grave ora spinto verticalmente, ed ora per la direzione orizzontale, tali spazii saranno in ragione delle forze, onde quel grave per le medesime direzioni ne viene animato al moto. Il perchè (§. 113.) lo stesso corpo dovrà percorrere la diagonale *AD* del parallelogrammo *ABDC*, che si compie dalle due *AB*, *AC*. Onde esso dovrà trovarsi nel punto *D* allor che col solo movimento orizzontale ne sarebbe pervenuto nel *C*, che trovasi nella verticale distesa pel punto

D. Or se il corpo *A* nel punto *D* non venisse sollecitato da altra forza, esso nello stesso tempo, in che ha percorsa la *DA*, dovrebbe percorrerne la *DG* uguale a *DA* e per dritto con questa. Ma appena il corpo *A* ne perviene nel punto *D*, che riceve una spinta dalla gravità terrestre valevole a fargli percorrere la *DE* nel medesimo tempo, in che avrebbene percorsa la *DG*. Dunque il corpo *A* animato da queste forze dovrà percorrerne la diagonale *DF* del parallelogrammo compito dalle due *DG*, *DE* nel medesimo tempo, in che avrebbene percorsa la *DG*. Ma la *DS* si percorrerebbe dal grave in tanto tempo in quanto esso col solo movimento orizzontale ne percorrerebbe la *CK* uguale ad *AC*. Dunque i punti *F* e *K* debbono trovarsi in una stessa retta verticale, ed allor che il corpo ne perviene nel punto *F*, esso col solo movimento orizzontale ne sarebbe pervenuto nel punto *K*. Nella stessa guisa potrà dimostrarsi, che il corpo *A* debba pervenirne nel punto *L* allor che si sarebbe trovato nel punto *Q*, che è nella verticale distesa pel punto *L*, e che esso debba pervenirne nel punto *P* quando col solo movimento orizzontale allo stesso punto ne sarebbe pervenuto. Questa verità vien confermata per mezzo di un semplicissimo esperimento, che si esegue col carretto di *Steiz*, e che i limiti di questa Instituzione non ci permettono di quì rapportare. Ma gli Accademici del Cimento la sperimentarono per mezzo di un pezzo di Artiglieria caricato a palle, e verticalmente situato sopra un carro, che fecero tirare da sei cavalli.

§. 170. *Def. XLVIII.* La curva (*fig. 24.*) *ABCNF* dicesi *orbita* o *trajettoria*, ed i trian-

goli mistilinei *ASC*, *NSB* diconsi *aje descritte intorno al centro delle forze.*

§. 171. *Def. XLIX.* Quella forza, colla quale il projetto in ciascun punto della sua trajettoria cerca scapparne per la tangente, suol dirsi *forza tagenziale*, e quell' altra, che ritirandolo dalla tangente lo fa piegare nell' orbita, si dice *forza centripeta*, il cui conato opposto *forza centrifuga* vien chiamato.

§. 172. *Cor. I.* Se in un qualunque punto *C* del perimetro di una curva *ACF* descritta da un corpo intorno ad un immobile centro *S* di forze si spegnesse la forza centripeta, il corpo dovrebbe continuare il suo movimento per la tangente *CRY* della curva in quel punto, e progredirne per essa equabilmente. Ma tutti i punti della retta *CRY*, all'infuori del punto *C*, sono più distanti dal centro delle forze dei punti corrispondenti del perimetro di quella curva *ABCNF*. Dunque il conato, che fa un corpo in ciascun punto dell' orbita per allontanarsi dal centro delle forze, vien prodotto dalla forza tangenziale.

§. 173. *Cor. II.* Il sentiero, che descrivesi dal projetto intorno ad un immobile centro delle forze, non può essere una curva a doppia curvatura, nè quivi può ritrovarsi un punto di flesso contrario.

PROP. XXV. TEOR.

§. 174. *Poste le medesime cose della Prop. prec., i tempi, in che il projetto trascorre due archi qualunque* ABC, CNF *della sua trajettoria* ACF, *sono proporzionali alle aje corri-*

spondenti ASC, CSF *descritte intorno al centro* S *delle forze : e le velocità, onde esso si muove in due qualunque luoghi* B ed N *della stessa trajettoria, sono inversamente come le perpendicolari calate dal centro delle forze sulle tangenti dei medesimi punti* B *ed* N.

Dim. Par. I. Essendo i due triangoli *ASB*, *BSC* uguali al terzo *BSD*, saranno tra se uguali, e nella stessa guisa dimostrasi, che il triangolo *CSN* sia uguale all' altro *NFS*, non che a ciascuno dei due primi. Ma gli elementi *AB*, *BC*, *CN*, *NF*, ec. son descritti in uguali tempuscoli. Dunque quante volte l'aja *ASC* contiene il triangolo *ASB*, altrettante volte il tempo per *ABC* dovrà contenere il tempo per *AB*; e quante volte l'aja *CSF* contiene il triangolo *CSN*, tante volte il tempo per *CNF* conterrà quello per *CN*. Il perchè dovrà stare l'aja *ASC* all'altra *CSF* come il tempo per *ABC* a quello per *CNF*.

Par. II. I due elementi *AB*, *CN* della trajettoria *ACF* descritti in tempi uguali sono, a cagione della loro picciolezza, percorsi equabilmente. Dunque essi debbono essere nella ragione delle velocità, onde il corpo si muove nei punti *B* ed *N*. Ma i medesimi elementi *AB*, *CN*, essendo basi dei triangoli *ASB*, *CSN*, sono inversamente come le altezze di questi, cioè inversamente come le perpendicolari calate dal centro delle forze sulle rette *AB*, *CN*, che sono tangenti dell'orbita nei punti *B* ed *N*. Dunque le velocità del corpo in due punti dell' orbita, che esso descrive intorno al centro delle forze, sono nella ragione inversa delle perpendicolari menate dallo stesso centro sulle tangenti distese per quei punti. C. B. D.

§. 175. *Def. L.* La proporzionalità delle aje (*fig.* 24.) *ASC*, *CSF*, ec. ai tempi, in che dal raggio vettore si descrivono, chiamasi *equabilità delle aje.*

PROP. XXVI. TEOR.

§. 176. ***Poste le medesime cose della Prop. prec.; le forze, onde il corpo in due differenti punti* (fig. 26.) B *ed* N *del suo sentiero vien ritirato dalle tangenti e ritenuto nell'orbita* ACF, *sono come le saette* Bt, Nr *degli archi minimi* ABC, GNF *descritti in uguali tempuscòli.***

Dim. Se nel luogo *B* s' intenda spenta la forza tangenziale del corpo *A*, esso lasciato a se liberamente dovrebbe discendere al centro *S* per la *BS* descrivendo lo spazietto *BP* nello stesso tempo, che *AB*. E supponendosi nello stesso corpo annullata la forza tangenziale, che lo agita nel punto *N*; esso dovrebbe calarne al centro delle forze per la retta *NS*, e descrivere il primo spazietto *NL* in tanto tempo, quanto colla sola forza tangenziale avrebbe descritta la *NT*, o colla tangenziale e colla centripeta insieme combinate avrebbe percorsa la diagonale *NF*. Ma sono uguali i tempi per *AB* ed *NF* (§. 167.); dunque il saranno ancora quelli per *BP* ed *NL*. E quindi le forze centripete nei luoghi *B* ed *N* saranno tra se nella ragione di questi spazietti iniziali *BP*, *NL*; cioè, compiti i parallelogrammi ***BAPC***, ***GLFN***, come le loro metà ***Bt***, ***Nr***. C. B. D.

PROP. XXVII. TEOR.

§. 177. *Se nel perimetro di una curva piana, che non abbia punto di flesso contrario, vi si muova un corpo con tale legge, che le aje descritte dal raggio vettore condotto da esso ad un punto posto verso la parte concava di quella curva sieno proporzionali ai tempi nei quali son descritte; quel punto potrà considerarsi come centro delle forze.*

Dim. Nella curva (*fig.* 24.) *ABCNF* si prendano i due archetti contigui *AB*, *BC*, che però sieno picciolissimi, e descritti in uguali tempuscoli: il primo di essi, che può considerarsi qual retticciuola, si prolunghi verso *D* sinchè *BD* l'adegui, e poi si congiungano le rette *BS*, *DS*, *CS*, *CD*. Essendo *AB*, *BD* uguali tra loro, i triangoli *ASB*, *BSD* saranno pure tra se uguali (1. El. VI.). Ma per ipotesi il triangolo *ASB* pareggia l'altro *BSC*. Dunque sarà il triangolo *BSC* uguale all'altro *BSD*, e quindi *BS* parallela a *DC*. Per la qual cosa disegnando il lato *DB* del parallelogrammo *DBPC* la forza tangenziale del mobile, e la diagonale *BC* quella, che si compone dalla tangenziale e dalla centripeta; l'altro lato *BP* dovrà dinotare la direzione e l'attività della forza centripeta, onde il mobile ritirato dalla tangente torce il suo cammino nell' orbita. E conchiudendosi collo stesso ragionamento, che agisca per *CS* la forza centripeta nel luogo *C*; il centro delle forze dovrà trovarsi nel concorso delle rette *BS*, *CS*; cioè a dire nel punto *S*. C. B. D.

PROP. XXVIII. TEOR.

§. 178. *Se un corpo si volga nella periferia di un cerchio con forza centripeta tendente al centro di esso; sarà costante la forza, che ritiene quel corpo in tale orbita, ed esso vi si dovrà muovere equabilmente. E se un corpo equabilmente si volga nella periferia di un cerchio, la sua forza centripeta sarà diretta al centro della figura.*

Dim. Par. I. Si prendano (*fig.* 27.) i due archetti infinitesimi *AL*, *LP* descritti in uguali tempuscoli, e si congiungano i raggi *CA*, *CL*, *CP*. Saranno tra se uguali i settori *ACL*, *LCP*. (§. 174.). Dunque l'archetto *AL* sarà uguale all'altro *LP*, ed *AB* saetta di quello pareggierà *LE* saetta di questo. E quindi la forza centripeta in *A* sarà della stessa energia di quella in *L* (§. 176.). Ed essendo le velocità del mobile nei luoghi *L* ed *A* come le perpendicolari menate da *C* sulle tangenti distese pei punti *A* ed *L* (§. 174.), cioè come i raggi *CA*, *CL*; saranno quelle anche tra se uguali. E quindi il corpo *A* si volgerà equabilmente nella periferia del circolo *APS*.

Par. II. Prendansi gli archi uguali *AL*, *LP* qualunque ne sia la grandezza di essi. Saranno questi, per l'equabilità del moto del corpo *A*, descritti in tempi uguali. Ma i settori *ACL*, *LCP* sono pure tra se uguali. Dunque il centro *C* della figura dev' essere (§. 177.) pure il centro delle forze. C. B. D.

PROP. XXIX. TEOR.

§. 179. ***Se due corpi si muovano equabilmente in tempi uguali nelle periferie di due cerchi disuguali; le forze, onde essi ne sono attirati verso i centri, sono tra se nella ragione dei raggi di quei cerchi. E nella stessa ragione sono pure le forze centrifughe.***

Dim. Par. I. Gli archetti (*fig.* 27, *e* 28.) *AT*, *MN*, che suppongonsi picciolissimi e descritti in uguali tempuscoli, sono come le velocità dei corpi *A* ed *N*, e le loro saette *AF*, *NQ* come le forze, che in *A* ed *N* (§. 176.) ritengono cotesti mobili nei cerchi. Or l'archetto *AT* per la sua estrema picciolezza confondesi colla sua corda. Dunque siccome il quadrato di questa pareggia il rettangolo *SAF*, così il quadrato di quello dovrà pareggiare lo stesso rettangolo. E dimostrandosi nello stesso modo, che il rettangolo *RNQ* adegui il quadrato dell'archetto *NM*: sarà AT^2 ad NM^2 come *SAF* ad *RNQ*, o come *CAF* a *GNQ*. Ma AT^2 sta ad NM^2 come (per ipot.) il quadrato dell' intiera circonferenza *ATB* a quello dell' intiera circonferenza *NMR*, o come il quadrato di *CA* a quello di *GN*. Dunque dee stare il quadrato di *CA* a quello di *GN* come il rettangolo *CAF* all' altro *GNQ*. Il perchè dev' essere la ragione composta di *CA* a *GN* e di *CA* a *GN* uguale alla ragion composta di *CA* a *GN* e di *AF* ad *NQ*. Onde la ragione di *CA* a *GN* dee pareggiare l' altra di *AF* ad *NQ*. Ma *AF* ed *NQ* sono come le forze centripete dei corpi, che in tempi uguali ed equabilmente nelle periferie dei cerchi *ATS*, *NMR* si aggirano. Dunque tali forze debbono

essere tra se come i raggi *CA*, *GN* dei medesimi cerchi.

Par. II. Or se nel punto *A* s'intenda spenda la forza centripeta del corpo *A*, questo animato dalla sola forza tangenziale dovrà progredirne equabilmente per la tangente *AD*, descrivendone la *AD* uguale a *TF* nel medesimo tempo, che colle forze tangenziale e centripeta ne avrebbe descritto l'archetto *AT*. Dunque la forza, che ne allontana il corpo dal cerchio *ATS*, dev' essere proporzionale alla *TD*, cioè alla *AF*. Nella stessa guisa potrà dimostrarsi, che la forza, la quale ne allontana il corpo *N* dalla circonferenza del cerchio *NMR*, sia proporzionale alla *NQ*. Dunque dovrà stare la forza centrifuga del corpo *A* a quella del corpo *N* nella ragione di *AF* ad *NQ*, ovvero (*Par. I.*) di *AC* ad *NG*. C. B. D.

PROP. XXX. TEOR.

§. 180. *Se ad un corpo imprimasi una forza finita per una data direzione, mentre esso di continuo ne tenda verso due o più centri posti in una stessa linea retta, la quale non sia nello stesso piano colla retta di projezione; il triangolo, che ha per base una qualunque porzione di quella retta, e per vertice il centro di gravità del corpo* (1) *dovrà descrivere i solidi proporzionali ai tempi.*

---

(1) *Il centro di gravità di un corpo è quel punto pel quale ogni piano, che vi si conduce, divide la massa del corpo in due parti di pesi uguali.*

Dim. Il corpo (*fig.* 29.) *A* sia projettato con una forza finita dal luogo *A* per la direzione *AE*, mentre di continuo ne tenda ai centri *F*, *L*, ec. *G* posti nella retta *FG*, che non sia in uno stesso piano coll'altra *AE*; dico, che il triangolo, che ha per base una qualunque porzione della retta *FG*, e per vertice il punto *A*, debba descrivere i solidi proporzionali ai tempi. Se il corpo *A* fosse animato dalla sola forza impressagli per la direzione *AE* dovrebbe progredire equabilmente per la retta *AE* senza mai torcer cammino. E quindi disegnando *AB* quello spazietto, che da esso vien percorso nel primo elemento di tempo; le retticciuole *BC*, *CE*, ec. uguali alla prima *AB* sarebbero percorse dal corpo *A* nel secondo elemento di tempo, nel terzo, ec. Ma appena il corpo *A* giunge nel punto *B*, che dalla forza composta dalle attrattive dei punti *F*, *L*, *K*, ec. riceve una spinta, la quale è valevole a fargli percorrere nel piano *BGF* la retticciuola *BM* nello stesso tempo, in che avrebbe percorsa la *BC* colla sola forza di projezione. Dunque con ambedue queste forze il proposto corpo dovrà equabilmente percorrere la *BD* diagonale del parallelogrammo *BCDM*, e nel medesimo tempo, che colla sola forza di projezione avrebbe descritta la *BC*.

Or se dai punti *A*, *B*, *C*, *D* ai punti *F* e *G* si menino le rette *AF*, *AG*, *BF*, *BG*, *CF*, *CG*, *DF*, *DG*; sarà facile il rilevare, che debbono essere tra se uguali le piramidi *ABGF*, *CBFG*, avvegnacchè esse hanno la stessa base *BFG*, ed uguali altezze. Ma per esserne la retticciuola *CD* parallela all'altra *BM*, che giace nel piano *BGF*, debbono essere tra se uguali le

perpendicolari menate dai punti C e D sul piano BGF. Dunque le piramidi $ABGF$, $DBGF$, che sono uguali alla terza $CBGF$, debbono essere tra se uguali. Nello stesso modo potrebbe dimostrarsi, che nel terzo elemento di tempo i raggi vettori del corpo A debbono descrivere un'altra piramide uguale $DBGF$. Il perchè dovrà stare l'intiero solido descritto in un certo numero di uguali tempuscoli a quello descritto in un altro numero di tempuscoli tra se uguali, come la somma dei primi tempuscoli a quella dei secondi. C. B. D.

INSTITUZIONI
DI
FISICA SPERIMENTALE

LIBRO SECONDO.

DELLA STATICA.

CAP. I.

NOZIONI PRELIMINARI.

§. 181. *Def. I.* Le *macchine* sono quegli strumenti congegnati dall' uomo o dalla natura per muovere vantaggiosamente i corpi, e la scienza, che le ha per oggetto *statica* si domanda.

§. 182. *Scol.* Negli effetti, che colle macchine produciamo, evvi sovente un risparmio della forza, o del tempo, ond' essi dovrebbersi assolutamente ottenere, e questi sono quei principali vantaggi, che da tali strumenti ricaviamo. Or sebbene il gran Galilei, e con seco i Meccanici posteriori abbiano creduto non potersi congiuntamente promuovere ed ottenere cotesti vantaggi, e che la promozione dell' uno torni a discapito dell' altro, pur non di meno il grande

Eulero ha dimostrato ciò esser vero nelle sole macchine ideali, che sogliono considerarsi nude d'inerzia (§. 85.) e di peso, e non già nelle reali, i cui pezzi, che le compongono, sono essenzialmente ricolmi di tali forze ed avvivati.

§. 183. *Def. II.* Le macchine, che sono opere della Natura, diconsi *naturali*, ed *artificiali* quelle, che l'uomo si ha congegnate.

§. 184. *Def. III.* Quell'effetto, che vuol ottenersi con risparmio di tempo, o di forza, dicesi *resistenza*, e la forza, che vel produce, si domanda *potenza.*

§. 185. *Scol.* Le potenze, che con altra espressione sogliono dirsi forze moventi, non sono che *i pesi*, *le molle*, *il potere dell'aria*, *dei fluidi aeriformi*, ec. (le cui azioni sono continue), *le forze animali*, *gl' impulsi delle acque*, *il vento*, ed altre simiglianti cagioni, che sogliono con intermittenza sulle macchine operare. Ma sì quelle, che queste talora agiscono uniformemente, replicando spinte uguali in uguali particelle di tempo : talora variano sensibilmente nel modo e nella intensità di agire. E riguardo alle resistenze, o agli effetti procuratici con delle macchine, chi può divisarne le specie e le differenze loro? Pur non di meno i principali di questi effetti riduconsi *a trarre dei gran pesi*, *ad elevarli*, *a farli scendere adagio*, *a vibrarli*, *a volgerli velocemente*, *a percuoter forte altri corpi*, *a fenderli*, *a stringerli*, *o stritolarli*, ec., e ciò in infinite diverse guise secondo i diversi fini, cui le macchine destiniamo.

§. 186. *Def. IV.* *La potenza equilibrasi colla resistenza, se dalle vicendevoli loro azioni*

nium moto ne segua nella macchina, ove amendue sono applicate.

§. 187. *Def. V.* L'equilibrio di più corpi, che tra se agiscono, si dice *stabile*, o *fermo*, se spinti da una picciola forza cominciano ad oscillare; ma tantosto riprendano la quiete e 'l primiero sito.

Così se dassi una picciola spinta ad una catena sospesa per i suoi estremi, si vedrà immantinente oscillare, ma di lì a poco fermerassi, come dianzi essa era.

§. 188. *Def. VI.* L'equilibrio di più corpi si dirà *labile*, se una picciola forza ad essi impressa li metta a guasto, facendoli crollar tutti o buona parte di essi.

Così se un arco ne sia formato da più corpi, il quale in virtù dei pesi di questi si mantenga in sito verticale, e si rechi una picciola spinta in un punto qualunque di tale arco, esso si abbatterà ben tosto, nè si rimetterà più nella primiera posizione.

§. 189. *Scol.* Una potenza non può mai agire sulla resistenza nè questa opporsele in verun modo, se le loro forze non si diffondano per l'intiera macchina, ove amendue sono applicate. Or questa vicendevole diffusione di forze non è una libera trasfusione dell'energia della potenza sulla resistenza, e dell'energia di questa su di quella; poichè ciascuna di esse dee perdere quella sua parte, che i sostegni della macchina ne assorbiscono. Dunque I.° non è l'intiera forza della potenza quella, che investe la resistenza, nè tutta l'energia di questa opponesi interamente alla potenza. II.° La ragione dell'equilibrio tra la potenza e la resistenza vuol es-

sere riposta nel divisato assorbimento delle loro forze. III.° E se ci riuscisse saper nelle macchine la quantità di questo assorbimento, e 'l modo onde per esse diffondonsi le forze della potenza e della resistenza, si potrebbero senza stenti, e direttamente raccorre i caratteri, e le condizioni dell'equilibrio loro.

§. 190. *Def. VII.* Le macchine si distinguono in *semplici* e *composte*. È *semplice* una macchina, se in un sol luogo di essa facciasi un parziale assorbimento di ciascuna forza, che vi agisce. E se questo assorbimento di forze succeda in più luoghi della macchina distanti tra loro, essa si dirà *composta*.

§. 191. *Cor.* Se da più macchine semplici se ne congegni un'altra, questa sarà una macchina composta.

§. 192. *Scol.* Le macchine semplici non sono, che la *leva*, *l'asse nella ruota*, *la girella*, *il piano inclinato*, *la vite*, *e 'l cuneo*, le quali quaggiù ne son descritte, e nel seguente Capo sarà mostrato qual rapporto in ciascuna di esse debba serbar la potenza alla resistenza per equilibrarvisi.

§. 193. *Def. VIII.* La *leva* è una verga ben rigida e dritta, la quale intorno ad un punto della sua lunghezza aggirasi circolarmente. Questo punto di rotazione chiamasi *sostegno* o *punto di appoggio*, e si dicono *braccia della leva* quelle parti di essa, che restano tra ciascun suo estremo e 'l sostegno.

§. 194. *Def. IX.* Una leva si dirà *di primo genere* se in un estremo di essa siavi applicata la potenza, nell' altro la resistenza, ed in mezzo a queste il sostegno. Essa si dirà *di se-*

condo genere, quando il sostegno stia in un suo estremo, nell' altro vi si applichi la potenza, ed in mezzo a questa ed a quello vi si trovi la resistenza. Finalmente una leva dirassi *di terzo genere*, se mai la potenza stia tra la resistenza e 'l sostegno.

§. 195. *Scol.* La fig. 30. n.° 1.° ne dinota una leva di primo genere, la fig. 30. n.° 2.° ne dinota una leva di secondo genere, e la fig. 30. n.° 3.° disegna una leva di terzo genere. In ciascuna di queste leve *P* ne dinota la potenza, *R* la resistenza, e *C* il sostegno o punto di appoggio.

§. 196. *Def. X.* Una leva dicesi *angolare*, se due verghe rigide e dritte congiunte ad angolo nei loro estremi possano volgersi circolarmente intorno all' apice dello stesso angolo.

§. 197. *Scol.* (*fig. 31.*) *ACB* rappresenta una leva angolare, di cui le verghe *CA*, *CB* trovansi fortemente tra se congiunte in *C*, e quivi imperniate in modo, che possano solamente aggirarvisi nel piano del loro angolo.

§. 198. *Def. XI.* L' *asse nella ruota* è un cilindro retto di materia dura saldamente impiantato in mezzo ad una ruota rigida di maggior diametro di esso, ed in modo, che avendo questi solidi un medesimo asse vi si possano aggirare insieme agevolmente.

§. 199. *Scol. I.* La fig. 32. rappresenta la macchina, che ho quì definita, ove *IKL* è la ruota, ed *EFHG* il cilindro saldatole fortemente nel centro di essa, ed aventi il comune asse *BD*, intorno a cui son volubili insieme.

§. 200. *Scol II.* Per adoperar questa macchina deesi all' estremo del raggio della ruota

applicare una potenza, la quale volgendo essa ruota avvolga nel cilindro quella corda, cui è legato il peso da strascinarsi, o elevarsi.

§. 201. *Def. XII.* La *girella* è un cilindro retto fatto di materia dura, scanalato circolarmente nella sua parte convessa, e volubile intorno al suo asse, che è assai minore del diametro.

La cassa, ove contiensi la girella, e dentro cui si aggira, dicesi di lei *armatura*, e l'intiera macchina composta dalla girella e dall'armatura domandasi *Taglia* o *Carrucola*.

§. 202. *Def. XIII.* La girella si dirà *stabile*, se solamente si aggiri intorno al suo asse, e si dirà *mobile*, se oltre a questo moto ne abbia un altro progressivo.

§. 203. *Scol. I.* La fig. 33. e 34. dinotano la girella stabile, e l'altra mobile.

§. 204. *Scol. II.* Volendo adoperar questa macchina deesi nella sua scanalatura adattare una corda, e ad un capo di questa applicare la potenza. E, se la girella sia stabile, dovrà all'altro capo legarsi quel peso, che si vuol trarre: se ella sia mobile, dovrà questo capo annodarsi ad un immobile ritegno, legandone il peso all'armatura della girella.

§. 205. *Def. XIV. Piano inclinato* è un piano duro ed immobile, che non sia verticale, nè orizzontale (§§. 150. e 151.).

§. 206. *Def. XV.* La retta (*fig. 36.*) *AB*, che insistendo perpendicolare all'altra *QA* muovesi equabilmente lungo questa retta, e nello stesso tempo ne compie una rivoluzione circolare ed uniforme intorno al punto *A*, dee descrivere col suo estremo *B* una linea a doppia cur-

vatura, che suol dirsi *spira cilindrica*, o *linea elica*. Il cerchio, che si descriverebbe dalla *BA*, se essa non avesse moto progressivo, dicesi *base della spira*, di cui l'*asse* n'è la *QA*, ed *AQ* l'altezza. L'angolo formato dalla linea elica colla circonferenza di un cerchio, che è parallelo alla base della spira, dicesi *acutezza della spira*.

§. 207. *Def. XVI.* La *vite* è un cilindro retto di materia ben salda, il quale nel suo convesso tien rilevata una spira, ed aggirandosi intorno al proprio asse entra in un foro cilindrico scanalato di un' identica spira, onde và adattando la convessità di quella linea spirale sul cavo di quest' altra. Quel solido, cui si è praticato il detto foro cilindrico, domandasi *madrevite*: la leva, che fa rivolgere la vite, chiamasi manubrio, di cui l'intièra lunghezza è la stessa leva prolungata sino all' asse del cilindro, e dicesi *pane della vite* quella parte di un lato del cilindro, che resta tra due prossimi giri della spira.

§. 208. *Scol.* (*fig. 37.*) *CTt* è la vite, o la vita maschia: il foro cilindrico e spiralmente incavato nel pezzo *AB* è la madrevite: la retta *PC* è l'intiero manubrio, e l'altra *Tt* un pane della vite.

§. 209. *Def. XVII.* Il *cuneo*, che suol dirsi *bietta*, o *zeppa*, è un prisma triangolare fatto di materia dura. I triangoli, che son le basi del cuneo, sogliono essere isosceli, e la retta, che ne unisce i loro vertici, domandasi *taglio* o *filo del cuneo*. Quel parallelogrammo del cuneo, che è opposto al taglio, si dice *dorso*, e gli altri due *facce del cuneo*. E l'angolo, che misura l'inclinazione di queste facce, dicesi *angolo del cuneo*.

§. 210. *Scol. I.* (*fig. 38.*) *ACcba* rappresenta un cuneo : i triangoli isosceli *ACB*, *acb* sono le sue basi: la retta *Cc* ne è il suo taglio, e dei tre parallelogrammi *AabB*, *AacC*, *BbcC* il primo si domanda dorso del cuneo, e gli altri due sono le di lui facce.

§. 211. *Scol. II.* Percuotendosi gagliardamente il dorso del cuneo, il di lui taglio dee fendere quel corpo su cui insiste, ed in tal macchina la forza della percossa fa da potenza, e la tenacità del corpo fenduto da resistenza.

§. 212. *Scol. III.* Le macchine composte sono nella varietà pressocchè infinite, onde è impossibile di quì tutte definirle. Ci restringeremo soltanto alle tre seguenti, che sono insieme le più vantaggiose alla pratica, e le più insigni.

§. 213. *Def. XVIII.* Siavi un cilindro fortemente saldato ad un rocchetto e ad una ruota dentata, ma in modo che questi tre solidi abbiano un medesimo asse, intorno a cui sieno volubili tutt' insieme. Un altro cilindretto abbia in simil guisa una ruota dentata ed un rocchetto; ma il suo asse sia parallelo a quello del primo, ed i denti della sua ruota stieno a contatto con quei del primo, e così in appresso vi sieno degli altri cilindretti. Si dirà questa macchina *un sistema di ruote dentate.*

§. 214. *Cor.* Questa macchina è un composto di tanti assi nella ruota, quanti sono i divisati cilindretti, i quali muovonsi colla seguente legge » La potenza aggirando la prima ruota in» siem ne aggira il di lei rocchetto : i denti di » questo urtano in quei della seconda ruota den» tata, e la volgono insieme col suo rocchetto:

» questo anima la terza ruota dentata, e così in » appresso, finchè si animi la resistenza ».

§. 215. *Scol.* Nella *fig.* 40. vedesi un tal sistema di ruote dentate, ove le ruote sono le AB, $A'B'$, $A''B''$, ec., ed i rocchetti cb, $c'b'$, $c''b''$, ec.

§. 216. *Def. XIX.* La *vite perpetua* è quella, che non ha madrevite, ed aggirandosi urta colla sua spira nei denti di una ruota dentata, e la volge insiem col cilindro, cui si avvolge la corda traente un peso. Tal sarebbe la macchina esibita nella *fig.* 41.

§. 217. *Cor.* La vite perpetua inventata dall' Immortale Archimede, non è che un composto di una vite e di un asse nella ruota. Così *FAOBR* è la vite, ed *NMbC* l'asse nella ruota.

§. 218. *Def.* XX. Il *polispasto* è un sistema di girelle per le cui scanalature circonducesi una stessa corda, un capo della quale è ligato all' armatura di esse, ed all' altro adattasi la potenza, che trae un peso ligatone alla stessa armatura.

§. 219. *Scol.* Nella *fig.* 42. vedesi un polispasto, sebbene ve ne sieno degli altri di diversa forma.

§. 220. *Def. XXI.* Chiamasi *verga immateriale* quella, che è ben dritta, rigida, e sottile, nè ha poi peso, nè inerzia nelle sue parti.

§. 221. *Def. XXII.* Una verga immateriale, che circolarmente si aggiri intorno ad un suo estremo, dicesi *raggio immateriale*, e questo immobile estremo chiamasi *centro di rotazione.*

§. 222. *Def. XXIII. Ruota immateriale* è un sistema di raggi immateriali, che in uno stesso piano, ed intorno al loro comun centro di rotazione sono volubili tutti insieme. Tal sareb-

be la ruota (*fig.* 31.) *ACB*, i cui raggi *CA*, *CB* volgansi tutti insieme intorno al punto *C*, e nello stesso piano.

§. 223. *Def.* XXIV. L'angolo, che forma la direzione di una forza col raggio di una ruota,,ov'è applicata, dicesi *angolo di applicazione.*

§. 224. *Scol.* Le direzioni delle forze, che agiscono in una ruota per volgerla intorno al suo perno, suppongonsi giacer tutte nello stesso piano, ed esse forze saranno considerate come pesi, affinchè la loro azione sia continua ed uniforme.

§. 225. *Post.* Se agli estremi di due raggi uguali di una ruota immateriale sieno perpendicolarmente applicate due forze uguali, che tendano a volger la ruota per opposte direzioni; questa resterà equilibrata nè volgerassi per alcun verso.

CAP. II.

DELL' EQUILIBRIO DELLE MACCHINE SEMPLICI.

PROP. I. LEMMA.

§. 226. *Se agli estremi di due raggi di una ruota immateriale vi sieno applicate due forze, le cui intensità sieno nella ragione inversa delle perpendicolari abbassate dal centro della ruota sulle loro direzioni, ed esse tendano ad aggirarla a parti opposte; questa ruota dovrà reggersi in equilibrio.*

Dim. Alle estremità (*fig.* 31.) *A* e *B* dei raggi *CA*, *CB* della ruota immateriale sieno applicate due forze, che tendano ad aggirarla a parti opposte per le direzioni *AH*, *BM*, e le cui intensità sieno tra se nella ragione inversa

delle perpendicolari CD, CE abbassate dal centro C della ruota sulle direzioni di quelle forze. Dico, che la ruota debba reggersi in equilibrio.

Col centro C e con un intervallo maggiore di ciascuna delle perpendicolari CD, CE si descriva nel piano ACB il cerchio FGP, che dovrà intersegare le direzioni delle forze in due punti F e P, e si congiungano le CF, CP, e dai punti F e P si prendano sulle direzioni delle forze le parti FH, PM ad esse proporzionali. Inoltre, dai punti H ed M si menino le perpendicolari HL, MO sulle CF, CP, e si compiscano i rettangoli $HLFK$, $MOPN$.

Ciò posto. Si concepisca, che le rette CF, FA, CP, PB sieno altrettante verghe rigide ed immateriali connesse tra loro, e coi raggi CA, CB, e tutte insieme volubili intorno al centro C, come se formassero una sola ruota, e si concepisca pure, che le forze applicate nei punti A e B per le direzioni AH, BM sieno applicate ai punti F e P per le medesime direzioni. Sarà chiaro, che la forza applicata al punto A per AH tanto valga ad aggirar la ruota, quanto applicata in F per FH. Or supponendo la forza FH risoluta nelle due FK ed FL, di queste la prima tutta impiegasi ad aggirar la ruota intorno al perno C, e l'altra dalla fermezza del perno C resta distrutta, come quella, che è impegnata per la direzione della verga CF contro di esso. Lo stesso può dirsi riguardo all'altra forza PM. Inoltre, essendo le due rette CF ed HK tra se parallele, e venendo intersegate dalla terza AH, sarà l'angolo esteriore AFC uguale all'interiore ed opposto FHK. Ma sono tra se uguali gli angoli CDF, FKH, perchè amendue

retti. Dunque (4. El. VI.) dev' essere il triangolo *CFD* simile all' altro *FHK*, e perciò dee stare *CF* : *CD* :: *FH* : *FK*. Il perchè dev' essere il rettangolo di *CF* in *FK* uguale a quello di *CD* in *FH*. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che sia il rettangolo di *CP* in *PN* uguale all' altro di *CE* in *PM*. Dunque dee stare il rettangolo di *CF* in *FK* all' altro di *CP* in *PN* come il rettangolo di *CD* in *FH* a quello di *CE* in *PM*; cioè *FK* a *PN* in ragion composta di *CD* a *CE* e di *FH* a *PM*. Ma *FH* sta a *PM* come *CE* a *CD*, per ipotesi. Dunque dee stare *FK* a *PN* in ragion composta di *CD* a *CE* e di *CE* a *CD*; cioè *FK* a *PN* come *CD* a *CD*. Vale a dire, che *FK* pareggia *PN*. Il perchè la ruota *ACB* dovrà reggersi in equilibrio (§. 225.). C. B. D.

PROP. II. TEOR.

§. 227. *La potenza* P *e la resistenza* R (fig. 30. n.° 1°, 2°, e 3°) *per equilibrarsi nella leva* ACB, *ove sono applicate, debbono essere nella ragione inversa delle perpendicolari menate dal punto di appoggio sulle loro direzioni.*

La dimostrazione di questa verità può ordirsi come quella del precedente Lemma.

§. 228. *Scol.* Gli *altaleni* adattati ad attignere l' acqua dai pozzi poco profondi, gli *stantuffi* delle trombe idrauliche, i *remi*, gli *alberi*, ed i *timoni*, onde conduconsi le barche, non son che leve dritte, e sono angolari i *martelli*, che colla parte biforcata impiegansi a svellere dei chiodi saldamente fitti nei corpi. Le

forbici, e le *cisoje* son leve dritte geminate, avendo per comun sostegno il loro nodo. E le *tenaglie* e le *morse*, onde stringiamo i corpi, sono leve angolari geminate, ove il comun sostegno è nel nodo, che le unisce. Ma chi può mai le varie leve noverare, che, per renderne agevoli tanti usi, Natura o Arte a noi ne ha date? Basta indicare, che la maggior parte delle ossa del nostro corpo, destinate ad agevolar certe funzioni della nostra vita, non son che leve di terzo genere, ove fan da potenza i muscoli attaccati alle medesime ossa ai loro centri di moto. Ed un Anatomico, cui non incresca spiar la campage di tali solidi colla luce della statica, potrà conoscer per iscienza qual meccanismo è in noi, e qual magistero vi si rileva del Mastro Eterno. Giovanni Alfonso Borelli, che su questo argomento si è distinto nella sua Opera intitolata *de Motu animalium*, tra gli altri Teoremi, che rapporta, uno è il seguente: *La forza del muscolo Bicipite e del Brachièo, quando tutto il braccio di un giovane robusto sia orizzontalmente disteso, ascende a 560 libbre.* Imperciocchè il peso, che questo giovane può in tal guisa sostenere colle sue dita, è di libbre 28 (computandovi il momento del peso dell' antibraccio), e la distanza, o la perpendicolare calata dal centro di moto sulla direzione di questa potenza è la vigesima parte della lunghezza dell' antibraccio e della mano, come si ha dall' Anatomia. Dunque sarà la divisata forza muscolare a 28 libbre come 20 ad 1. Il perchè essa forza dovrà pareggiare 20. 28 libbre, o sia 560 lib.

§. 229. *Scol. II.* Quei due usitatissimi strumenti, coi quali sogliamo saggiare i pesi dei cor-

pi, e ragguagliarli, non sono altro, che leve. Il primo, che dicesi *bilancia*, è una leva di primo genere, le cui braccia sono uguali nella lunghezza e nel peso, ed han pendenti dai loro estremi due coppe uguali per vi si metter dentro quei corpi, che si vogliono pesare. E poichè in questa macchina l'equilibrio nasce dall'egualità delle masse poste in amendue le coppe; vi vogliono tanti contrappesi, quanti diversi pesi piacciane scandagliar nei corpi. Ma l'altra macchina, che *stadera* si domanda, è assai più comoda e vantaggiosa della bilancia. Ella è altresì una leva di primo genere, ma di disuguali braccia. Dal più corto pende una coppa da imporvisi quei corpi, che si vogliono pesare, e pel più lungo scorre innanzi ed indietro un certo peso, che dicesi *Romano*, o *piombino*, discostandosi, ed avvicinandosi alla trutina, ov' è il centro di rotazione. Ed i pesi dei corpi, che pongonsi nella coppa successivamente, non son valutati da altrettanti contrappesi, come è nella bilancia, ma dalle varie distanze, cui il romano dovrà allontauarsi dalla trutina per equilibrarli.

§. 230. *Scol. III.* Or affinchè una bilancia sia perfettissima, esigesi. 1.° Che sieno equidistanti dal centro di rotazione quei due punti delle sue braccia, onde pendono le coppe. 2.° Che ciascuna di queste distanze sia la massima, che possa avere ciascun braccio della bilancia senza punto incurvarsi. 3.° Che la retta, la quale unisce quei due punti, debba restar bisecata dalla perpendicolare abbassatale dal centro di rotazione. 4.° E finalmente che le coppe vuote debbano mantener la bilancia in sito eretto.

PROP. III. TEOR.

§. 231. *Si dà l' equilibrio nell' asse nella ruota, se la forza perpendicolarmente applicata all'estremo di un di lei raggio stia a quel peso, che con tal macchina vuol trarsi, come il semidiametro dell' asse al semidiametro della ruota.*

Dim. Sia (*fig. 32.*) *EIGHLF* l'asse nella ruota, e *P* quella forza normale, che applicata all' estremo del di lei raggio *CP* cerchi di volgere colla ruota il cilindro *EGHF* annessole, e di avvolgergli la corda *NR* traente il peso *R*. Pel punto *N*, che è l' ultimo di quei, che la corda tiene adattati sul cilindro *EGHF*, intendasi condotto il lato cilindrico *NA*, che incontri in *A* la detta ruota, e dal di lei centro al punto *A* si tiri la *CA*. E poi si concepisca il peso *R* trasportato in *A*, di dove agisca per una retta parallela alla *NR*: imperocchè il nesso e la rigidezza dell' intera macchina ne permette riunire insieme i punti *N* ed *A* in quanto all' effetto, che vi cagionano la potenza e la resistenza.

Ciò premesso. L' intiera macchina si vedrà ridotta alla leva angolare *PCA*, ove in *C* risiede il punto di appoggio, ed agli estremi *P* ed *A* delle sue braccia *CP*, *CA* sono applicate le forze normali *P* ed *R*. Dunque in virtù del §. 226. dovrà succedervi l' equilibrio se stia *P* ad *R* come *CA* a *CP*: cioè si darà l'equilibrio in questa macchina; se la forza normale applicata all' estremo di un raggio della ruota stia al peso, che con essa macchina vuol trarsi, come

il semidiametro dell' asse al semidiametro della ruota. C. B. D.

§. 232. *Cor.* In questo Teorema si è tacitamente supposto, che la corda, cui è ligato il peso da trarsi non abbia gravità nè spessezza. Ma volendosi tener conto di tali cose, converrà supporre, che l' azione del peso agisca per la direzione dell' asse di quel cilindro, in che conformasi la fune, e con ciò il tema della precedente Proposizione potrà modificarsi nel seguente modo. *Si dà l' equilibrio nell' asse nella ruota, se la potenza applicata perpendicolarmente all' estremità di un di lei raggio stia al peso del corpo, che si vuol trarre, ed a quello della corda, come la somma dei semidiametri dell' asse e della corda al semidiametro della ruota.*

233. *Scol.* Molte macchine, che utilmente usiamo in tante congiunture, non son che assi nella ruota, tuttochè nel primo aspetto non pajan tali. Così il *succhiello*, onde foriamo i corpi, gli *argani*, e le *burbere*, con cui traggonsi dei gran pesi, il *timpano calcatorio* adattato a varar le barche, ed a nettare i porti, le *ruote dentate*, ed i *rocchetti* non son che assi nella ruota.

PROP. IV. TEOR.

§. 234. *Nella carrucola stabile la potenza dee pareggiar la resistenza per equilibrarla. E nella mobile la potenza equilibrasi col peso, che si vuol trarre, se stia la potenza al peso come il raggio della girella alla sottesa di quel di lei arco su cui n' è incurvata la fune traente il peso.*

Dim. Par. I. Basta condurre dal centro (*fig. 33.*) *C* della girella *AOB* ai punti *B* ed *A*, ove la fune tocca il perimetro di essa, le rette *CA*, *CB* per intendere chiaramente non essere questa macchina, che una leva di uguali braccia, come *ACB*, alle cui estremità sono perpendicolarmente applicate la potenza *P* e 'l peso *R*. Dunque per darvisi l'equilibrio (§. 226.) convien che *P* pareggi *R*.

Par. II. La retta (*fig. 34.*) *BA* sia la sottesa dell'arco *AtB* della girella mobile, sul quale n' è adattata la fune, che trae il peso. Sarà chiaro potersi ridurre questa girella ad una leva di secondo genere, ove in *A* stia il sostegno premuto per *AQ*, ed ove la potenza agisca per *BP*, e per *RrE* la resistenza.

E poichè sono in uno stesso piano verticale le tre rette *AQ*, *CR*, e *BP*, la retta *BP* prolungata dovrà incontrarne la *CRE* in un punto *N*. Onde se dal punto *N* si prendano sulle *NE*, *NP* le parti *NE*, *NG* al peso *R* ed alla potenza *P* proporzionali, e si compisca il parallelogrammo *NGDE*, la diagonale *ND* di questo dovrà rappresentare la forza, che dal peso *R* e dalla potenza *P* si compone. Or se la retta *ND* non stia per dritto coll' altra *AQ*, essa prolungata dovrà incontrarne la *AB* in un punto, che è in questa, o in uno dei suoi prolungamenti. Il perchè la forza, che si comporrebbe dalla potenza e dalla resistenza agirebbe a far discendere o a far sollevare il peso *R*; il che è contro la supposizione. Dunque la *ND* sta per dritto colla *AQ*.

Intanto essendo la *ND* nella stessa direzione di *AQ*, essa prolungata dovrà pure toccare

il cerchio AOB nel punto A. Ma è pure NB tangente del cerchio AOB nel punto B; dunque (Cor. Prop. 37. El. III.) dev'essere NA uguale ad NB. Il perchè essendo i due lati NA ed AC del triangolo NAC uguali ai due lati NB e BC del triangolo NBC, ed il lato NC di comune, dev'essere pure l'angolo NCA uguale all'altro NCB, e ciascuno di essi quanto quello, che nel segmento AOB si contiene (20. El. III.). Ma l'angolo, che si costituisce nel segmento AOB pareggia l'altro ABN (32. El. III.). Dunque dev' essere l'angolo ACr uguale all' altro ABN. Or poichè i due triangoli ACr, BCr hanno i due lati AC, Cr uguali ai due lati BC, Cr, l'uno all'altro, e l'angolo ACr uguale all' angolo BCr, essi dovranno avere l'angolo CrA uguale all'altro CrB, e quindi la Cr dev'essere perpendicolare alla AB. Dunque se dal punto A si meni la perpendicolare AF sulla BP, ne dovrà risultare il triangolo ABF simile all'altro ACr (4. El. VI.); e con ciò dovrà stare AC: AB : : Ar : AF. Ma le Ar ed AF sono le perpendicolari menate dal punto di appoggio A sulle direzioni del peso e della potenza, e tali perpendicolari in caso di equilibrio sono tra se nella ragione della potenza al peso (§. 226.). Dunque nella carrucola mobile in caso di equilibrio dee stare la potenza al peso come il raggio AC della girella alla corda AB dell'arco su cui n'è incurvata la fune traente il peso. C. B. D.

§. 235. *Cor.* Che se nella girella mobile AOB si trovino tra se paralleli i tratti AQ, BP della fune $PBtAQ$, la retta AB, che passa pei contatti A e B, dovrà attraversare il circolo AOB pel centro, ed essergli un diametro. Dunque in

tal caso starà *la potenza al peso come il semidiametro della girella al di lei diametro*, cioè *come 1 : 2.*

PROP. V. TEOR.

§. 236. *Se un peso* (fig. 35.) P *sia posto sopra un piano obbliquo* DC, *e ne sia tirato all' insù da una potenza* L, *la cui direzione* LP *giaccia nello stesso verticale, ov' è la lunghezza* PG *del piano ; sarà in caso di equilibrio la potenza al peso, come è il seno dell' obbliquità del piano al coseno dell'angolo sotto cui vi s' inclina la direzione della potenza.*

Dim. Per *P* distendasi la verticale *PE*, che incontri in *F* il piano orizzontale *AB*, e poi si tronchino dal punto *P* sulle *PF*, *PS* le parti *PE*, *PL* proporzionali al peso del corpo *P*, ed alla potenza, che per *PS* lo ritiene. Dai punti *E* ed *L* si menino le *EH*, *LN* perpendicolari al piano *DC*, le quali dovran cadere sulla lunghezza *PG* di esso, e si compiscano i rettangoli *PKEH*, *PNLO*. Sarà la forza *PL* equivalente alle due *PN*, *PO*, e l' altra *PE* alle forze *PH*, *PK*. Dico, che in caso di equilibrio debba essere la forza *PH* uguale all' altra *PN*. Imperciocchè, se è possibile, sieno disuguali coteste forze, e *PQ* dinoti la direzione e l' eccesso della maggiore di esse sulla minore. Onde se le altre due forze *PO*, *PK* sieno tra se uguali, essendo queste per opposte direzioni, si dovranno distruggere, e 'l corpo *P* animato dalla sola forza *PQ* dovrebbe diriggersi per la lunghezza *PG* del piano inclinato; il che ripugna.

Se la *PK* sia maggiore di *PO*, l' eccesso

di quella su questa ne sarà distrutto dalla fermezza del piano *DC*, e 'l corpo *P* ne sarà animato dalla sola forza *PQ*, ond' esso dovrà pure diriggersi per la lunghezza *PG* del piano inclinato, che è assurdo.

Che se la *PO* sia maggiore della *PK*, il corpo *P* sarà obbligato a muoversi per la diagonale di quel parallelogrammo, che si compie dalla *PQ* e dall' eccesso della *PO* sulla *PK*; ciò che è contro la supposizione. Dunque dev'essere la *PH* uguale a *PN*.

Ciò premesso. Poichè sta *PL* a *PN* come il raggio trigonometrico al coseno dell' angolo *LPN*, e *PH* ovvero *PN* a *PE* come il seno dell'angolo *PEH* al raggio, saranno le tre grandezze *PL*, *PN*, e *PE* in perturbata ragione col seno dell' angolo *PEH*, col raggio trigonometrico, e col coseno dell' angolo *LPN*. Dunque per equalità perturbata dovrà stare *PL* a *PE* come il seno dell'angolo *PEH* o dell'altro *PGF* al coseno dell' angolo *LPN*. Cioè nel piano inclinato sta la potenza al peso, che essa sostiene, come il seno dell' obbliquità del piano al coseno dell' angolo sotto cui vi s' inclina la direzione della potenza. C. B. D.

§. 237. *Cor. I.* Se la direzione della potenza sia parallela alla lunghezza *PG* del piano inclinato, il coseno dell' angolo *SPN* sarà quanto il raggio, ed in tal caso *si dà l' equilibrio nel piano inclinato, se la potenza stia al peso, come il seno dell'obbliquità del piano al raggio.*

§. 238. *Cor. II.* Se la direzione della potenza, che ritiene il peso *P* sul piano *DC* s'inclini a questo piano quanto l' angolo *PGF* dell' obbliquità dello stesso piano; *sarà in caso di*

equilibrio la potenza al peso, come il seno dell' obbliquità del piano al coseno dello stesso angolo.

PROP. VI. LEMMA.

§. 239. *Un pane* (fig. 36.) BD *della spira sta alla circonferenza della base* EOB *di essa come il seno al coseno dell'acutezza* RBO *della spira.*

Dim. Poichè il punto *B*, mentre equabilmente percorre l' elemento *BC* della retta *BD* parallela ad *AQ*, vien obbligato a descrivere l' archetto circolare *BO*. Dunque esso secondando a questi due movimenti dovrà effettivamente percorrere la diagonale *BR* del parallelogrammo *BCRO*, che si compie dalle retticciuole *BC*, *BO*. Il perchè dovrà stare *RO* ad *OB* come il seno dell'angolo *RBO* al coseno dello stesso angolo. Nello stesso modo si dimostrerà, che ciascun elemento del pane *BD* della spira *BRD* debba stare al corrispondente elemento della periferia del cerchio *EOB* come il seno al coseno dell' acutezza della spira. Dunque (12. El. V.) dee stare un pane *BD* della spira alla circonferenza della base *EOB* di essa come il seno al coseno dell' acutezza della spira. C. B. D.

PROP. VII. TEOR.

§. 240. *Nella vite si dà l' equilibrio, se la potenza stia alla resistenza, come un pane della vite alla circonferenza, che ha per raggio l' intiera lunghezza del manubrio.*

Dim. Sia (*fig. 37.*) *PR* il manubrio di questa macchina; al di cui estremo *P* siavi applicata una forza normale per la direzione *Pp*

nel piano della sezione *FRr* parallela alla base della spira, e l'altro estremo *R* descriva col suo moto una spira, di cui l'archetto *QS* siane una parte infinitesima. Intanto il manubrio *PR* si distenda insino all' asse del cilindro, ov' è rilevata la spira, e l' intiero peso del corpo, che spingesi con della vite, cioè la resistenza di questa macchina, intendasi raccolta nel corpicciuolo *R*; il quale posando sul piano obbliquo *RQ* siavi ritenuto dalla sola forza *F* per *FR* parallela a *Pp*.

E poichè l' angolo *FRQ* adegua l' acutezza della spira, cioè l' inclinazione del piano *QRS* all' orizzonte; sarà chiaro, che per darsi l'equilibrio tra la potenza *F* e 'l peso *R* debba stare *F* ad *R* come il seno al coseno dell' acutezza della spira (§. 238.), cioè come un pane della vite alla circonferenza della base del cilindro, ov' è rilevata la spira (§. 239.). Ma per darsi l' equilibrio tra le due forze *F* e *p* perpendicolarmente applicate ai punti *P* ed *R* della leva *PC* dee stare *p* ad *F* come *CR* a *CP* (§.227.), o come la circonferenza del raggio *CR* a quella del raggio *CP*. Dunque le tre grandezze, potenza *p*, forza *F*, e peso *R* sono in proporzione perturbata colle altre tre, cioè un pane della vite, la circonferenza del raggio *CR*, e la circonferenza del raggio *CP*. Quindi per equalità perturbata si avrà *p* ad *R* come un pane della vite alla circonferenza di *CP*. Vale a dire, che nella vite ec. C. B. D.

§. 241. *Scol.* Tra tutti gli strumenti meccanici ritrovati dall' uomo per i suoi vantaggi sembra, che la vite debba tenervi il primo luogo, come quella, che non solo è potente a stringere con gagliardia certi corpi, ed a spignere in-

genti pesi, ma occupa pochissimo luogo a far quegli effetti, che altri strumenti non farebbero, se non ridotti in gran macchina. Sovvengavi, che i torchi, onde si spreme il vino dai grappi di uve già calcati, e l'olio delle ulive, non son che viti. Di tal genere sono pure le morse dei fabbri, i torchi dei librai, ed altre simiglianti macchine. Ma vi recherà meraviglia l'intendere, che per mezzo di viti riuscì a Geremia Lorsoni sollevare per più palmi il Campanile di S. Lorenzo in Rotterdam, per rifarvi le infradiciate di lui fondamenta, sulle quali poi il posò dritto e saldo.

PROP. VIII. LEMMA.

§. 242. *Sia* (fig. 39.) FCG *una leva angolare di uguali braccia, ai cui estremi sieno applicate due forze normali per* GD *ed* FD, *che si pareggino; dico, che il sostegno* C *ne sia premuto per una retta, che biseca l'angolo* FCG *della leva, e che tal forza premente stia alla somma delle forze normali come è il seno della metà dell'angolo della leva al raggio.*

Dim. Le direzioni delle forze normali si prolunghino finchè incontrinsi nel punto *D*, di dove si tiri la *DC* al vertice dell' angolo della leva, e si unisca la *GF*. Sarà CD^2 uguale a CG^2 con GD^2, e lo stesso CD^2 uguale a CF^2 con FD^2 (47. El. I.). Dunque i due quadrati di *CG* e di *GD* debbono essere uguali ai due quadrati di *CF* e di *FD*. Onde togliendo i quadrati di *CG* e di *CF*, che sono eguali, dee restarvi il quadrato di *GD* uguale a quello di *FD*, e con ciò dev' essere *GD* uguale ad *FD*. Il per-

chè i due triangoli *CGD*, *CFD* avendo due lati, *CG*, *GD* respettivamente uguali ai due lati *CF*, *FD*, ed il lato *CD* di comune; debbono avere l' angolo *GCD* uguale all'altro *FCD*, e l'angolo *GDC* uguale all'altro *FDC*. Ma per esserne *CG* uguale a *CF*, l' è pure l' angolo *CGF* uguale all'altro *CFG*. Dunque i triangoli *CGH*, *CFH*, che hanno gli angoli *CGH*, *HCG* uguali agli angoli *CFH*, *FCH*, debbono avere il rimanente angolo *CHG* uguale al rimanente angolo *CHF*, e quindi ciascuno di questi angoli dev' essere retto.

Si prenda ora la *HE* uguale ad *HD*, e si congiungano le due *GE*, ed *EF*. Dovrà essere (4. El. I.) *GE* uguale ad *FD*, ed *FE* uguale a *GD*. Ma l' è *GD* uguale a *DF*. Dunque la figura *GDFE* dev' essere un rombo. Il perchè se colle rette *GD* ed *FD* si dinotino le forze uguali perpendicolarmente applicate agli estremi dei raggi uguali *CG*, *CF* della leva angolare *GCF*, la diagonale *DE* del parallelogrammo *GDFE* dovrà dinotarne la forza, che da esse si compone, la cui direzione divide per metà l'angolo *FCG* della leva. Ma le due forze *GD*, *DF* serbano all' altra *DE* la ragione di *GD* a *DH* (15. El. V.), e sta (8. El. VI.) *GD* a *DH* come *CD* a *DG*, o come il raggio al sèno della metà dell'angolo *GCF* della leva (§. 60. Trig. Ret.). Dunque la somma delle forze perpendicolarmente applicate agli estremi di due raggi uguali *CG*, *CF* della leva sta alla forza, onde il sostegno *C* ne vien premuto, come il raggio al seno della metà dell'angolo della leva. C.B.D.

§. 243. *Cor.* Le forze uguali applicate perpendicolarmente agli estremi delle uguali braccia

CG, CF della leva angolare si concepiscano agire da G verso D; e da F verso D respettivamente. Sarà chiaro, che la forza, la quale ne preme il sostegno C debba agire da C verso D. Intanto si prolunghino le due verghe CG, CF in A e B, finchè sieno CA, CB tra se uguali, e si congiunga la AB, la quale convenga in R colla CD protratta. Finalmente si concepisca una forza premerne il punto R da R verso C con una energia uguale a quella, onde lo stesso sostegno ne vien premuto da C verso R dalle due forze, che agiscono per GD ed FD. Sarà chiaro doversi questa nuova forza equilibrare colle due GD, FD, ancorchè la leva non istia impiantata sul sostegno C. Il perchè dovrà stare *la somma delle forze, che agiscono per* GD, FD *alla forza, che agisce per* RC, *come il raggio al seno della metà dell' angolo* GCF.

PROP. IX. TEOR.

§. 244. *Se il cuneo si consideri come la leva descritta nel precedente lemma; sarà in caso di equilibrio la tenacità del corpo fenduto dal cuneo a quella forza normale, che dee premerne il dorso di tal macchina, come il raggio al seno della metà dell'angolo del cuneo.*

Dim. Il cuneo ACB fendendo col suo taglio il solido LM abbiavi intrusa la parte GCF, mentre le parti dello stesso solido staccate dal contatto loro ne premano amendue le facce di tal macchina. Il triangolo isoscele ACB sia una sezione del cuneo parallela a ciascuna base di esso, e nella parte GCF dello stesso triangolo, la quale stia immersa nel solido LM, si meni,

ove ne piaccia, la *GF* parallela ad *AB*. Intanto supponghasi, che le parti staccate dal cuneo agiscano solo in *G* ed *F* con forze uguali, e perpendicolari ai lati *CA*, *CB* del divisato triangolo. Sarà chiaro, che per equilibrare le forze *GD*, *FD* ne abbisogni un altra, che agisca per la retta *RC*, la quale divide per metà l'angolo *ACB*, e che le medesime due forze le serbino quel rapporto, che ha il raggio al seno dell'angolo *ACR*. Dunque si darà l'equilibrio in questa macchina se la tenacità del corpo *LM* stia alla forza del peso *R*, che dee premere il dorso del cuneo per fenderne quel corpo, come il raggio al seno della metà dell' angolo del cuneo. C. B. D.

§. 245. *Cor.* Di quì si raccoglie, che tanto più facile ne riesca fendere un corpo, quanto in parità di altre circostanze è più acuto l' angolo del cuneo, che si adopera.

§. 246. *Scol. I.* Tutti quegli strumenti coi quali sogliamo fendere, tagliare, e forare varie materie, come le *asce*, le *scuri*, le *zappe*, i *coltelli*, le *spade*, i *chiodi*, ec., non son altra cosa, che cunei.

§. 247. *Scol. II.* Qual differenza non vi è tra i corpi per la varia coesione delle loro parti, e pel vario modo, con cui resistono ad ogni altro, che vi s' intrude? Sovvengavi, che per tal ragione sogliamo classificarli in molli, duri, tenaci, fissili, elastici, ec., e che gl' individui di ciascuna loro classe non abbiano nello stesso modo ed in pari grado quella qualità, che li distingue, e che questa neppur si rinvenga uniformemente ripartita in uno stesso corpo. Ma prescindendo da tali anomalie, chi può mai la

forza percuziente colla tenacità del corpo fenduto ragguagliare? La forza della percossa fu creduta dal Galilei e dai suoi seguaci essere infinita rispetto alla forza premente, ed i Leibniziani tengono per eterogenee coteste forze, ed incapaci di paragone. Quindi è che tali cose vietano proporre un Teorema assoluto sull'equilibrio del cuneo, ma ne permettono solo dimostrarlo condizionalmente, spargendo cioè alquante supposizioni nel tema, e nella dimostrazione di esso.

CAP. III.

DELL' EQUILIBRIO DELLE MACCHINE COMPOSTE.

§. 248. *Def.* XXV. In una macchina dicesi *esponente dell' equilibrio* quella ragione, che dee serbar la potenza alla resistenza per equilibrarvisi.

Così l' esponente dell' equilibrio nell' asse nella ruota è *la ragione del semidiametro del cilindro al semidiametro della ruota* (§. 231.). Nel piano inclinato *esso è la ragione del seno dell'obbliquità del piano al coseno dell'angolo, sotto cui vi s'inclina la direzione della potenza* (§. 236.). Ma in appresso l' esponente dell' equilibrio in qualunque macchina semplice ne sarà indicato per la frazione $r : R$.

PROP. X. TEOR.

§. 249. *L' esponente dell' equilibrio in una macchina composta è il prodotto degli esponenti dell' equilibrio di tutte quelle macchine semplici, da cui essa n' è combinata.*

Dim. Suppongasi, che A, B, C sieno quelle macchine semplici, dalla combinazione delle quali siasi formata la macchina composta M, e che la prima di quelle venga immediatamente animata dalla potenza F, laddove l'altra B sia animata da A, e poi da B l'ultima C, che immediatamente agisca sulla resistenza P. Intanto gli esponenti dell'equilibrio delle macchine semplici A, B, C esprimansi per le respettive ragioni di $r : R$, di $r' : R'$, e di $r'' : R''$.

E poichè l'equilibrio in una macchina composta non può aver luogo, se non vi sia purauche in ciascuna di quelle macchine semplici, da cui essa è combinata; egli è chiaro, che nella macchina composta dalle tre semplici A, B, C per darsi l'equilibrio tra la potenza F e la resistenza R, debbano essere in equilibrio le tre macchine semplici A, B, C. Dunque la renitenza, che la seconda di queste macchine oppone al movimento, si può supporre qual resistenza, che applicata alla macchina A si equilibra colla potenza F. Onde dinotando con X tal resistenza, dovrà (§. 100. Leg. II.) essere X quella forza, che applicata alla macchina B si equilibra colla resistenza, che la macchina C oppone al movimento. Il perchè se per X' si dinoti la resistenza, che da C si oppone a B, dovrà essere (§. 100. Leg. III.) X' quella forza, che applicata alla macchina C si equilibra col peso P. Dunque dee stare $F : X :: r : R$, $X : X' :: r' : R'$, ed $X' : P :: r'' : R''$, e con ciò $F : P :: (r : R)$ $(r' : R')$ $(r'' : R'')$. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che se le macchine semplici, da cui è combinata la macchina composta, sieno più di tre, l'esponente dell'equilibrio di essa debba

pareggiare il prodotto degli esponenti dell' equilibrio di tutte quelle macchine semplici. C. B. D.

PROP. XI. TEOR.

§. 250. *Nel sistema di ruote dentate vi sarà l' equilibrio tra la potenza* F *e 'l peso* P , *se stia* F *a* P *come il prodotto dei raggi dei rocchetti al prodotto dei raggi delle ruote.*

Dim. Questa macchina è un aggregato degli assi nelle ruote, i quali (*fig. 40.*) sono $cbBA$, $c'b'B'A'$, $c''b''B''A''$, ec. Dunque chiamando r, r', r'', ec. i respettivi raggi dei rocchetti, ed R, R', R'', ec. quei delle ruote; saranno gli esponenti dell' equilibrio nelle macchine $cbBA$, $c'b'B'A'$, $c''b''B''A''$, ec. respettivamente uguali ad $r : R$, $r' : R'$, $r' : R''$, ec. (§. 248.). Dunque (§. 249.) in tal sistema di ruote dentate succederà l' equilibrio se stia $F : P :: rr'r''$ ec. : $RR'R''$ ec. C. B. D.

PROP. XII. TEOR.

§. 251. *Si avvera l' equilibrio nella vite perpetua, se la potenza* F *stia al peso* P, *che vi si trae, come il semidiametro* (fig. 41.) Cb *del cilindro al manubrio* AF *multiplicato pel numero dei denti della ruota* NMB.

Dim. Pongasi uguale a φ un pane di questa vite, e ad R ed r i semidiametri della ruota dentata e del cilindro, e le circonferenze di essi raggi sieno respettivamente uguali a C e c. Inoltre si chiami g la lunghezza del manubrio, G la di lui periferia, ed n il numero dei denti della ruota.

E poichè questa macchina è un composto della vite *FABR*, e dell'asse nella ruota *NBMCb*, e l'esponente dell'equilibrio della prima di queste macchine (§. 240.) è $\varphi : G$, laddove quello dell'altra (§. 231.) è $r : R$, o pure $c : C$; sarà pel §. 249. $F : P :: \varphi c : CG$, o pure $F : P :: (\varphi : C)(c : G)$. Ma la ragione di $\varphi : C$ pareggia quella di $1 : n$, e la ragione di $c : G$ adegua l'altra di $r : g$. Dunque dev'essere $F : P :: (1 : n)(r : g)$, cioè $F : P :: r : ng$. C. B. D.

PROP. XIII. TEOR.

§. 252. ***Nel polispasto si dà l'equilibrio* (fig. 42.) *se la potenza* F *stia al peso P, come l'unità al numero dei tratti della fune, che vi si circonduce per le girelle, diminuito dell'unità.***

Dim. I tratti *BR*, *AQ*, ec. della fune *STNQABRMF* sono ugualmente stirati dal peso *P*, e si giacciono tutti paralleli tra loro: dunque la tensione di ciascuno di essi starà al peso *P*, come l'unità al numero dei tratti della fune tesi dalla resistenza *P*. Or in caso di equilibrio la potenza *F* dee uguagliare la tensione del solo tratto *RB*: dunque in tal caso starà la potenza *F* al peso *P* come l'unità al numero dei tratti della fune, che vi tende lo stesso peso *P*. C.BD.

CAP. IV.

DELLA RESISTENZA, CHE SOFFRONO LE MACCHINE ALLOR CHE SON PROSSIME A MUOVERSI.

§. 253. Se le materie, da cui le macchine son costruite, fossero inflessibili, prive di peso, e perfettamente levigate, e fossero sommamente flessibili quelle corde, che spesso debbono adoprarsi per trasmettere alla resistenza l'azione della potenza, la teoria dell'equilibrio delle macchine rapportata nei due prec. Cap. sarebbe sufficiente per determinare in ciascun caso qual forza vi bisogna per contrabilanciare una data resistenza. Onde per poco che si aumentasse l'intensità della potenza, si dovrebbe porre in moto la resistenza. Ma poichè quelle condizioni non han luogo in natura, l'è mestieri valutare per mezzo di accurati esperimenti le principali resistenze, che sorgono in una macchina, la quale voglia porsi in movimento.

§. 254. In ogni macchina in moto si debbono principalmente considerare due specie di resistenze. La prima di queste vien prodotta dalle superficie, che strisciano le une sulle altre, le quali contenendo dei pori debbono avere alcune parti prominenti ed altre incavate. Onde le prominenze delle une adattandosi nelle cavità delle altre producono un ostacolo alla potenza, che cerca di porre in movimento la macchina. A questa resistenza dassi il nome di *attrito*, di *frizione*, ovvero di *stropicciamento*. La seconda delle principali resistenze, che si debbono considerare in una macchina in moto, vien prodotta dalla forza più o meno poderosa colla quale

scambievolmente si attraggono due corpi, che hanno le superficie più o meno ben levigate e combacianti. Una tal resistenza chiamasi *adesione*. Ma poichè 1.° le sinuosità, e le prominenze dei differenti corpi variano all' infinito, per le diverse dosi di calore e di umido, onde di tempo in tempo impregnasi ciascuno di essi; 2.° la pressione dei corpi, che si stropicciano non sempre la stessa, nè uniformemente da per ogni dove ripartita; 3.° ed al rendersi più levigate le superficie dei corpi, che si stropicciano, più gagliarda si eccita quella forza, onde scambievolmente si attirano; l'è chiaro, che niun Analista potrà calcolare rigidamente ed a priori quelle resistenze cagionate in una macchina dalle di lei parti, che stropicciansi, ed assegnarvi delle regole sicure ed universali. E se sperimentando consultisi natura, niuno potrà mai rendere generali i risultamenti di sperienze sì ristrette e particolari. Non di meno giova rapportare alcune poche regole sull'attrito dei corpi, affinchè nella pratica sieno di guida.

§. 255. Reg. I. *L'attrito di un corpo, che và stropicciando una superficie alquanto pulita e liscia, ed il cui peso non oltrepassi 500 libbre, è pressocchè una terza parte della di lui pressione.*

§. 256. *Cor. I.* Secondo la varia pulitura del corpo e della superficie orizzontale, che esso strofina, diversa è la parte del di lui peso P, cui agguagliasi l'attrito. Onde generalmente può definirsi, che l' attrito di uno stesso corpo stropicciante una medesima superficie, sia la parte n del di lui peso, cioè uguale a $\frac{P}{n}$.

§. 257. *Cor. II.* L'attrito di uno stesso corpo stropicciante una medesima superficie non cangia punto di energia, quantunque si accresca o si diminuisca la di lui parte, che vi strofina. Poichè aumentandosi le parti della superficie stropicciante debbono diminuire di energia le forze colle quali esse ne premono la superficie sulla quale poggiano, e viceversa.

§. 258. Reg. II. *Un corpo, che và stropicciando una superficie alquanto levigata, ed il cui peso oltrepassa 500 libbre, vi soffre un attrito minore della terza parte del suo peso. Ed un tale attrito diminuisce rispetto alla terza parte del peso del corpo a misura che un tal peso fassi maggiore. Tal che essendo il peso del corpo di 5000 libbre, l' attrito di esso ne diviene la sesta parte di 5000 libbre.*

§. 259. Reg. III. *Un corpo, che và stropicciando una superficie ugualmente scabrosa, vi soffre maggiore attrito a misura che ne progredisce con maggior velocità. Ma qualora la velocità di esso corpo ne oltrepassa certi limiti, l' attrito diviene continuamente minore.*

Risc. La verità di questa Regola si concepisce facilmente; poichè aumentandosi la velocità del corpo stropicciante fino ad un certo limite, maggiore ne diviene il numero delle scabrosità, che in un dato tempo debbono superarsi dalla potenza per muovere quel corpo. Ma qualora la velocità del corpo ha oltrepassato un certo limite, gli ostacoli, che dalle scabrosità delle superficie si oppongono al movimento del corpo, si rendono trascurabili rispetto alla quantità di moto del corpo stesso.

§. 260. Reg. IV. *L' attrito di una macchina in moto vien considerabilmente diminuito qualora i pezzi, le cui superficie debbono strisciare le une sulle altre, si facciano di materie eterogenee.*

Poichè dalle sperienze istituite da Illustri Fisici si è rilevato, che lo stropicciamento dei metalli e dei legni di differenti specie è minore dello stropicciamento, che soffrono i metalli ed i legni delle stesse specie. Il perchè credesi dai Fisici, che le prominenze sieno più proporzionate alle corrispondenti cavità nelle superficie dei corpi omogenei, che in quelle degli eterogenei. Onde tali prominenze introducendosi meno profondamente in questi, che in quelli, dovrà esservi minore attrito tra le superficie dei corpi eterogenei, che tra quelle degli omogenei.

§. 261. Reg. V. *Ungendosi di olio o di sego le superficie dei corpi, che si stropicciano; l' attrito di esse si farà molto minore.* Imperciocchè con tal mezzo si diminuisce la scabrosità delle stesse superficie.

§. 262. Reg. VI. *Un peso, che si trascini sopra un piano orizzontale vi soffre in parità di altre circostanze il menomo attrito, se la direzione della potenza, che il trae, formi coll' orizzonte un angolo di 14.° 2'.*

§. 263. *Cor.* Da questa regola si rileva, che la direzione più vantaggiosa, onde deesi adattare la potenza ad un carro, ad una vettura, ec. debba esser quella, che verso la resistenza inclinasi all' orizzonte sotto l' angolo di 14.° 2'.

§. 264. Reg. VII. *In una macchina se la velocità delle parti stropicciate pareggi la ve-*

locità della potenza ; l' attrito sarà $\frac{2}{3}$ di essa potenza. E se la velocità di quelle parti stia alla velocità della potenza come n : m ; *l' attrito sarà* $\frac{2n}{3m}$ *della potenza.*

Sia (*fig.* 32.) *BEIGDHLF* un asse nella ruota, e 'l diametro di questa sia di 3 piedi, e di 6 pollici il diametro dell'asse, o del cilindro *EFHG*, il quale si vada coi suoi estremi stropicciando nei due fori circolari *GH*, *EF* fatti nei suoi sostegni *MO*, *XY*. Sarà la velocità dello stropicciamento alla velocità della potenza come 6 pollici a 36 pollici, cioè come 1 : 6. Vale a dire sarà $n=1$, ed $m=6$. Laonde se vi si applichi una potenza di 108 lib.; la resistenza, che per equilibrarla dee essere sestupla di essa, monterà a 648 lib., e l' attrito, che si è detto essere $\frac{2n}{3m}$ della potenza, sarà $\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 6}$ 108 lib. = $\frac{1}{9}$ 108 lib. = 12 libbre. E poichè per superare questo attrito, dovrebbersi alla potenza aggiungere altre 12 libbre, le quali sono come una nuova potenza producente un nuovo attrito proporzionale al primo; n' emergerà nella macchina dalla potenza *addizionale* di 12 libbre un secondo attrito uguale ad $\frac{1}{9}$ di 12 libbre, cioè uguale a $\frac{4}{3}$ di libbra. E procedendo innanzi nello stesso modo, sarà l' intiero attrito, che avrà la proposta macchina, uguale a $(12+\frac{4}{3}+\frac{4}{27}+\text{ec.})$lib.$=13\frac{1}{2}$ lib.

Che se il cilindro *EGHF* abbia l'asse *BD* di ferro di un pollice di diametro, cioè una sesta parte di quello di esso cilindro; il divisato attrito sarà un sesto di $13\frac{1}{2}$ lib., cioè $2\frac{1}{4}$ lib. Similmente se un carretto, ove impongasi il peso *P*, abbia due ruote ciascuna di 6 piedi di diametro, e 'l diametro del loro asse sia di 4 pollici; l'attrito sarà $\frac{4}{72}$, cioè $\frac{1}{18}$ di quello, che vi si ecciterebbe trascinando quel peso sul terreno. E perchè questa frizione (§. 255.) è uguale ad $\frac{1}{3}P$; sarà l'attrito del carretto, ove non si consideri la gravità di esso, uguale ad $\frac{1}{3.18}P=\frac{P}{54}$.

§. 265. Reg. VIII. *La rigidezza di una corda, cioè la difficoltà, che questa incontra ad avvolgersi ad un cilindro, è direttamente come il suo diametro e 'l peso, che la distende, ed inversamente come il diametro del cilindro, su cui ella si avvolge.*

L'accuratissimo D.r Desaguliers prese una girella stabile, che essendo di tre pollici di diametro aveva un perno di un sol pollice di diametro, e le circondusse una corda di diametro $1\frac{2}{3}$ poll. Ai capi di questa legò due pesi ciascuno di 800 lib., e per saggiarne la resistenza, cui era soggetta tal macchina, ne accrebbe gradatamente uno dei detti pesi, finchè preponderando all' altro il sollevasse. Or l' avreste mai

creduto? Il peso *addizionale*, che ci volle a tal uopo, montò a libbre $436\frac{2}{3}$, che son maggiori della metà di ciascun peso, e tanto dovette essere benanche la resistenza della girella nascente dallo strofinìo delle sue parti, e dalla rigidezza della corda. Dalle quali cose si raccoglie essere ben grande la resistenza della girella, e potrassi anche da ciò raccogliere, che tanto il diametro del perno, che quello della corda son maggiori in proporzione del diametro di tal girella. Ma essendosi fatti girare intorno ad un pari perno, e con una simigliante corda, una girella di 24 poll. di diametro, il peso *addizionale*, che ne fece preponderare uno dei divisati pesi, non fu che di 45 lib.

Or raccogliendo quando sparsamente in questo Capo si è rapportato, e quanto da simiglianti sperienze si ritrae, può stabilirsi, che tra le macchine semplici la leva e 'l piano inclinato dieno pochissima frizione, la quale è alquanto grande nell'asse nella ruota, e grandissima nella girella, nel cuneo, e nella vite.

§. 266. *Scol.* In certe macchine suol esservi un'altra resistenza, che vien dalla pressione cagionata loro dalla tensione delle funi, che traggono dei gran pesi. Ma questa è di difficile investigazione.

CAP. V.

DEL CENTRO DI GRAVITA'.

§. 267. *Def. XXVI. Il centro di gravità di un corpo* è quel punto pel quale ogni piano, che vi si conduce, divide la massa del corpo in due parti equiponderanti.

§. 268. *Cor. I.* Dunque se il centro di gravità di un corpo si mantenga fermo ed immobile, esso corpo si dovrà reggere in equilibrio in qualunque posizione si ritrovi intorno a quel centro (§. 227.).

§. 269. *Cor. II.* Se un punto qualunque della superficie di un corpo si annodi all' estremità inferiore di un filo, che abbia fermo ed immobile l'altro estremo, e tal corpo dopo varii movimenti ed oscillazioni si riduca alla quiete; nella direzione, che prende quel filo, dev' esservi il centro di gravità del corpo. Poichè se tal centro non si trovasse nella direzione del filo, il corpo resterebbe in equilibrio intorno ad un punto, pel quale non tutti i piani, che vi si conducono, dividono la massa del corpo in due parti equiponderanti. Il che ripugna (§.229.).

§. 270. *Cor. III.* Il perchè la forza, onde ne vien teso il filo dee pareggiare la somma delle forze colle quali le particelle del corpo ne tendono al centro della Terra. Ma spezzandosi quel filo il corpo ne discende per una direzione perpendicolare alla superficie terrestre. Dunque la forza, onde un corpo cerca di scendere al centro della terra, agisce per la retta, che pel centro di gravità del corpo si conduce perpendicolare alla superficie terrestre.

§. 271. *Cor. IV.* Inoltre, la massa di un corpo può intendersi concentrata nel centro di gravità di esso, e tutto ciò che sostiene il centro di gravità di un corpo sostiene l'intiero peso del corpo stesso.

§. 272. *Cor. V.* Dunque il sito del centro di gravità può riguardarsi come il luogo del corpo. Ma ogni corpo tende al centro della Terra con una forza, che è proporzionale alla sua massa (§. 146.). Dunque qualora il centro di gravità di un corpo, e 'l punto, da cui esso è sospeso, o su cui vien sostenuto, sono in una retta perpendicolare all'orizzonte, esso corpo dovrà reggersi in equilibrio. Ed un tale equilibrio sarà stabile, ovvero labile (§§. 187 e 188.) secondo che quel centro di gravità si trovi al di sotto, ovvero al di sopra del punto, da cui vien ritenuto il corpo.

§. 273. *Def. XXVII.* Quella retta, che dal centro di gravità di un corpo si abbassa perpendicolare all'orizzonte, chiamasi *linea di direzione del centro di gravità.*

§. 274. *Cor.* Dunque secondo che l'estremità inferiore di una corda, che ha l'altra estremità fissa ed immobile si annodi ad un punto della superficie di un corpo ovvero ad un altro, la linea di direzione del centro di gravità del corpo passerà per punti diversi, che sono dentro del corpo. Ma tra questi punti vi dovrà essere sempre il centro di gravità (§. 272.).

§. 275. ***Determinare il centro di gravità di un qualunque corpo.***

Sol. Il proposto corpo in un punto qualunque della sua superficie si annodi all' estremità inferiore di una corda, che abbia l' altra estremità fissa ed immobile, e dipoi si abbandoni a se stesso. Egli è chiaro, che quel corpo dopo varii movimenti ed oscillazioni debba ridursi alla quiete (§. 166.). Onde nella direzione, che prende quella corda, dovrà trovarsi il centro di gravità del corpo (§. 274.). Ma annodando l' estremità inferiore della medesima corda ad un altro punto della superficie del corpo, ed abbandonando tal corpo a se stesso, si determina un' altra linea di direzione del centro di gravità del corpo. Dunque le direzioni, che ha prese la corda nelle due differenti posizioni debbono incontrarsi, e 'l punto dove esse si uniscono dev' essere il centro di gravità del corpo. C. B. F.

§. 276. *Cor. I.* Il centro di gravità di un anello cilindrico uniformemente denso dev' essere il centro di quel cerchio, che è parallelo alle basi dello stesso anello, ed equidistante da queste.

§. 277. *Cor. II.* Dunque il centro di gravità di un corpo non sempre si ritrova in un punto della massa del corpo.

§. 278. *Scol.* Qualora le parti di un corpo non serbano sempre le medesime scambievoli posizioni, come avviene nelle macchine animali, il centro di gravità di esso non può trovarsi sempre in uno stesso punto. Ma poichè ciascun uomo in forza di un abito inveterato naturalmente regola i movimenti del suo corpo nel modo a se

più vantaggioso, e tal centro in questi movimenti non molto si discosta da un punto fisso; l'è convenevol cosa dichiarare in che modo esso si debba determinare.

PROP. XV. PROBL.

§. 279. *Determinare il centro di gravità del corpo umano.*

Sol. Si formi un prisma (*fig. 43.*) triangolare *AB* di legno o di altra materia dura, ed una delle sue facce si ponga sopra un piano orizzontale. Dipoi si prenda una tavola *CD*, la quale si situi in modo sull' angolo del detto prisma, che si mantenga in equilibrio, e si segni la linea nella quale la superficie inferiore della tavola *CD* coincide col lato del prisma. Inoltre, sulla tavola *CD* si ponga disteso un uomo, il quale si porti giù e sù finchè esso insieme colla tavola *CD* si mantenga in equilibrio intorno alla retta segnata al di sotto della stessa tavola. Nel piano disteso per la *CD* perpendicolarmente all' orizzonte dovrà esservi il centro di gravità dell' uomo. Ma un tal piano ne passa per due o tre dita al di sotto dell' ombelico. Dunque il centro di gravità di un uomo, che trovasi ritto in piedi corrisponde ad un punto, che è per due o tre dita al di sotto dell'ombelico. C. B. F.

§. 280. *Scol.* Qualora stiam seduti, la linea di direzione del centro di gravità del nostro corpo cade sulla parte, ove sediamo; nè ci possiamo alzare altrimenti, se non col chinare il tronco, la testa, e le ginocchia verso il davanti, affin di far cadere la detta linea tra le piante dei nostri piedi, onde evitare ogni caduta. Allor

che siamo in piedi ci ritroviamo più fermi avendo i piedi alquanto disgiunti, che tenendoli accoppiati; poichè in questo ultimo caso la base del nostro corpo rendesi minore, e la linea di direzione del centro di gravità può facilmente uscir fuori di essa, e più facilmente possiamo cadere. Volendo poggiare a terra con un sol piede, dobbiamo chinare un pò il nostro corpo verso lo stesso piede, affinchè sopra di esso cada la linea di direzione del centro di gravità. E nel camminare abbiam contratto l'uso di portare alternativamente la linea di direzione del centro di gravità ora sull'uno, ed ora sull'altro piede. I vecchi di età decrepita, che son curvati in avanti, non possono reggersi senza il bastone; poichè altrimenti la linea di direzione del centro di gravità cadrebbe fuori le piante dei piedi verso la parte di avanti, ma facendo uso del bastone, essa cade nello spazio, che è tra questo e le piante dei piedi, e che forma la base del corpo e del bastone. Nello stesso modo si possono spiegare altri fenomeni, che giornalmente si osservano.

INSTITUZIONI

DI

FISICA SPERIMENTALE

LIBRO TERZO.

DELL' IDRODINAMICA.

CAP. I.

NOZIONI PRELIMINARI.

§. 281. *Def. I.* Quel corpo, di cui ciascuna particella preme ogni altra, che l' è intorno con tanta forza, con quanta dalle verticali ne vien premuta, *fluido* si domanda.

§. 282. *Cor.* La pressione verticale, che recasi ad una particella di fluido, vi genera tante altre pressioni uguali, e per tante diverse direzioni, quante sono le adjacenti particelle, che essa toccandole n' è costretta di premerle.

§. 283. *Def. II.* La scienza, che ha per oggetto il moto e l' equilibrio dei fluidi *Idrodinamica* si domanda, ed in ispecie chiamasi *Idrostatica* quella parte dell' Idrodinamica, che considera l' equilibrio dei fluidi, ed *Idraulica* si

appella quell' altra parte, che considera il movimento dei fluidi.

§. 284. *Def. III.* Un fluido dicesi *omogeneo*, se in ciascuna parte del suo volume ritiene una medesima densità.

§. 285. *Def. IV.* Un fluido dicesi *eterogeneo*, se in ciascuna parte del suo volume non ritiene una medesima densità.

§. 286. *Def. V.* Un fluido dicesi *elastico*, se sia capace di ridursi in maggiore, e minor volume di quello, che esso tiene.

§. 287. *Cor.* E poichè a misura che è maggiore o minore il peso, da cui vien premuto un corpo elastico, minore o maggiore è il volume, che esso acquista, e quindi maggiore o minore ne diviene la densità di esso; l' è chiaro, che le parti inferiori di un fluido grave ed elastico essendo più premute, che le superiori, debbano essere di queste più dense. Dunque *ogni fluido grave ed elastico dev' essere eterogeneo.*

§. 288. *Def. VI.* Un fluido dicesi *stagnante* se niun moto si scorga in esso.

§. 289. *Def. VII. Colonna* di un fluido è l' aggregato di tutte le particelle di esso, che si contengono in una stessa retta verticale.

§. 290. *Def. VIII. Strato orizzontale* di un fluido è la somma di quelle particelle di esso, che si ritrovano in uno stesso piano orizzontale.

§. 291. *Def. IX. Gravità specifica* di un corpo è il peso, che esso tiene sotto un dato volume.

CAP. II.

DELL' EQUILIBRIO DEI FLUIDI.

PROP. I. TEOR.

§. 292. *Se in un vase aperto* (fig. 44.) ABCD *contengasi un fluido omogeneo stagnante, la superficie suprema di esso farà un piano orizzontale, o ne starà a livello, come suol dirsi.*

E se tal fluido stagnante stia entro ai tubi comunicanti (fig. 45.) ABCD, CDEF, *le superficie supreme di esso fluido nei tubi saranno a livello ed ugualmente alte.*

Dim. Par. I. Si prendano (*fig. 44.*) in uno strato orizzontale di questo fluido le due particelle *p* e *q* contigue, e se è possibile le colonne *cp*, *dq* ad esse soprapposte non sieno tra se uguali : (il che dee necessariamente accadere, quando lo strato supremo di questo fluido non vogliasi orizzontale); onde una di esse, come la *cp*, sia maggiore dell'altra *dq*. Sarà il peso di quella maggiore del peso di questa. Or la pressione esercitata dalla colonna di fluido *cp* (§. 281.) sulla particella *p* sottopostale si trasmette interamente nell' altra *q*, e la pressione fatta dalla colonna *dq* sulla particella *q* si trasfonde sulla particella *p*. Dunque sarà la pressione esercitata dalla particella *p* sull' altra *q* maggiore della forza, onde questa quella ne preme. Il perchè le due colonne di fluido *cp*, *dq* non si potranno equilibrare. Onde potendosi dimostrare, che lo stesso avvenga alle altre colonne del proposto fluido; dovrà conchiudersi, che in

esso vi si debba eccitare un tumulto, un ondeggiamento, o altro moto, che è contro all'ipotesi del Teorema.

Par. II. Pel punto (*fig.* 45.) infimo *C* della parete, che congiunge le parti superiori dei due tubi comunicanti *ABCD*, *CDEF* si distenda il piano orizzontale *KL*, e si versi in quei tubi tal quantità di fluido, che ne riempia lo spazio *KLD* (*Par. I.*). Intanto dal punto *L* si elevi al piano *KL* la perpendicolare *LP*, che incontri la parete *CF* del tubo più stretto nel punto *P*, e per *P* si distenda il piano orizzontale *NO*. Sarà chiaro, che se nel tubo *ABCD* si versi l'altra quantità *GHCK* di fluido, che sia capace di riempiere i due spazii *NC*, *CO*, la superficie *KC* dovrà soffrire una pressione, che non si sosterrà dall'altra superficie *CL*. Onde da ciò che si è detto nella *Par. I.* il fluido non potrà reggersi in equilibrio, se non che deprimendosi dal livello *GH* nell' altro *NP* col far passare nel tubo *CDEF* una quantità di fluido uguale a quella, che prima ne occupava lo spazio *NH*, e valevole a fare sulle particelle dello strato *CL* una pressione uguale a quella, che il fluido *NC* esercita sulle particelle dello strato *CK*. Poichè se le colonne *Kr*, *LP* di fluido al di sopra del piano orizzontale *KL* non sono tra se uguali, le pressioni esercitate dalle stesse colonne sulle particelle *K* ed *L* nè anche saranno tra se uguali, e 'l fluido non potrà reggersi in equilibrio. Dunque le altezze del fluido nei tubi *DB*, *DP* al di sopra del piano orizzontale *KL* debbono essere tra se uguali allor che tal fluido si mantiene in equilibrio. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che versando altra quantità

di fluido nei due tubi comunicanti, le altezze, cui esso ascenderà negli stessi tubi allor che si pone in equilibrio, dovranno essere tra se uguali. Dunque se in un vase aperto ec. C. B. D.

§. 293. *Cor. I.* E poichè le due verità nel Teor. prec. dimostrate son dedotte dalla definizione del fluido (§. 281.); l'è chiaro, che esse non debbano aver luogo per ogni corpo, di cui ciascuna particella non preme ogni altra, che l'è intorno con tanta forza, con quanta dalle verticali ne vien premuta. Il perchè dovrà dirsi fluido ogni corpo, che versato entro ad un vase si mantiene in equilibrio, allor che la superficie suprema di esso si trova in un piano orizzontale, ovvero che versato entro a due tubi comunicanti si pone in equilibrio, allor che le superficie supreme, che ha esso fluido nei tubi saranno a livello ed ugualmente alte. Ma queste cose han luogo per l'acqua, per l'olio, pel mercurio, per lo spirito di vino, e per altri liquori. Dunque *l'acqua*, *l'olio*, *il mercurio*, *lo spirito di vino*, ec. sono fluidi omogenei.

§. 294. *Cor. II.* Ogni particella di un fluido stagnante preme ugualmente quelle, che le stanno intorno (§. 282.), e da ciascuna di queste con altrettanta forza ne vien premuta. Dunque, distruggendosi queste uguali ed opposte pressioni, dovrà seguirne, che *ogni parte di un fluido stagnante non graviti nel luogo, ov' essa giace, e che agevolmente ceda ad ogni forza, che le s' imprima.*

§. 295. *Cor. III.* Se in un vase, ove contengasi un fluido omogeneo stagnante, vi s' immerga un tubo dritto o ricurvo, che sia aperto nei suoi estremi; il fluido contenuto nel vase

dovrà entrare nel tubo, spingendovisi all' insù fino al livello di esso fluido nel vase.

§. 296. *Cor. IV.* Da quanto si è dimostrato nella prec. Prop. si rileva, che se il recipiente, nel quale si contiene un fluido omogeneo, sia molto ampio, com' è il mare, la superficie suprema di esso fluido in caso di equilibrio dovrà conformarsi a quella di una sfera, che avrà per centro il centro della Terra; poichè se tal superficie fosse piana, di quel fluido le particelle ugualmente distanti dal centro della Terra ne sarebbero premute da colonne di fluido di disuguali altezze, e quindi quel fluido non potrebbe reggersi in equilibrio; il che è contro la supposizione.

PROP. II. TEOR.

§. 297. *Se dentro a' tubi comunicanti* ABCD, EFCD (fig. 45.) *contengansi due fluidi omogenei di densità diverse; dovranno essere in caso di equilibrio le altezze di questi fluidi nell' inversa ragione della densità loro.*

Dim. Pel punto C della parete, che congiunge la parte superiore dei due tubi comunicanti si distenda il piano orizzontale KL, e si riempia il volume KLD del fluido più denso. Inoltre, dai punti K ed L si elevino al piano KL le perpendicolari KM, LP, che sieno nella ragione inversa della densità del fluido KLD, di cui si riempie il tubo $CFEL$ fino al livello PO alla densità del fluido, di cui si riempie il tubo $ABCK$ fino al livello GH.

E poichè sono uguali le masse di due corpi, le cui densità sieguono la ragione inversa

dei volumi; sarà chiaro, che debbano essere uguali le masse dei filamenti *KM*, *LP* dei due fluidi. Ma il peso di un corpo (§. 147.) è come la massa di esso. Dunque debbono essere uguali le pressioni, che i due fluidi *GHCK*, *CPOL* esercitano sulle superficie *KC*, *CL*, e perciò essi fluidi dovranno reggersi in equilibrio (§. 292. *Par. I.*). Ma le altezze *KM*, *LP* dei proposti fluidi sono nella ragione inversa delle densità di essi. Dunque è vero, che se dentro a' tubi ec. C. B. D.

§. 298. *Cor.* Se due tubi comunicanti si riempiano di acqua, ed uno di essi si riscaldi oltremodo; l'acqua, che in questo si contiene, diverrà più rara, e più alta di quella, che è nell'altro tubo; onde avverrà, che questo fluido ne regga in equilibrio a diseguali altezze.

PROP. III. TEOR.

§. 299. *Se il vase* (fig. 46.) HBC *sia ripieno di un fluido omogeneo stagnante; io dico, che ogni particella* D *delle sue pareti sia premuta da una forza normale, che è quanto il peso di un prisma dello stesso liquore, che abbia per base la particella* D, *e per altezza la distanza di essa dal livello del fluido.*

Dim. Fingasi il vase forato in *D*, e quivi fermatogli a squadra il tubolino *DF* aperto in *D* ed in *F*. Egli è chiaro, che il fluido rinchiuso nel vase *HBC* debbasi comunicare all'annesso tubolino *DF*, estendendosi fino al suo livello *AE* (§. 292. *Par. II.*). Onde sarà la pressione normale, che in *D* vi esercita il fluido del vase, uguale a quella, che vi fa per *FD* il flui-

do del tubolino. Ma a questa pressione equivale quella, che si contiene nel tubo verticale *DG*, che ha per base il foro *D*, e per altezza la distanza di esso foro dal livello del fluido (§. 292. *Par. II*), ed è poi la pressione, che il fluido *DG* esercita sul foro *D* uguale al peso dello stesso fluido. Dunque la particella *D* delle pareti del vase vien premuta da una forza normale, che è quanto il peso di un prisma di fluido, che ha per base la particella *D*, e per altezza la sua distanza dal livello del fluido. C. B. D.

§. 300. *Cor. I.* Ogni particella del fondo di un qualunque vase, ove stiavi un liquore omogeneo stagnante, sostiene il peso di un prisma dello stesso fluido, la cui base è la particella premuta, e l'altezza la distanza di essa dal livello del fluido.

§. 301. *Cor. II.* Se un vase, che abbia il suo fondo orizzontale più stretto o più largo della sua bocca riempiasi di un fluido omogeneo; esso fondo sosterrà tanto peso quanto di liquore può contenersi in un prisma, che abbia per base quel fondo, e per altezza la sua distanza dal livello del fluido.

§. 302. *Cor. III.* Il perchè il fondo di un vase conico ripieno di un fluido omogeneo stagnante sarà premuto dal peso di quella quantità dello stesso fluido, che si conterrebbe in un cilindro della stessa base, e della medesima altezza di esso cono.

§. 303. *Cor. IV.* Inoltre, supponendo orizzontalmente posti i fondi dei vasi cubici prismatici, cilindrici, conici, o di altra figura, e riempiuti di un medesimo fluido omogeneo, le pressioni, che tal fluido esercita sopra i fondi di essi

vasi, saranno tra se in ragion composta dei fondi medesimi, e delle altezze, cui il fluido ascende nei medesimi vasi.

§. 304. *Cor. V.* E poichè la pressione, che un fluido omogeneo esercita sopra il fondo di un vase, nel quale esso vi ascende ad una data altezza, è tanto maggiore, quanto maggiore è il peso del prisma di quel fluido, che ha per base lo stesso fondo e per altezza l' altezza del fluido dentro al vase; sarà chiaro, che le pressioni esercitate sopra i fondi di due vasi da due fluidi omogenei, che in essi vasi ascendono a diverse altezze, sono tra se in ragion composta delle ampiezze dei fondi dei vasi, delle altezze dei fluidi nei medesimi vasi, e delle densità degli stessi fluidi.

§. 305. *Cor. VI.* Sia (*fig. 47.*) *ABM* quella curva, dalla cui rivoluzione intorno al suo asse verticale *BM* ne sia generato il vase *ABC*, il quale intendasi ripieno di un fluido omogeneo stagnante. Sarà *la pressione, che fa quel fluido sull'armilla generata dall'archetto* Dd *come la densità del fluido, e come un anello cilindrico, che abbia per base la mentovata armilla, e per altezza la distanza* DK *di essa dal livello del fluido.*

PROP. IV. TEOR.

§. 306. *Poste le medesime cose del* §. *prec.*, *se nel vase* ABC, *il cui fondo* AC *stia rivolto all'ingiù, ed in sito orizzontale, contengasi un liquore omogeneo stagnante; la forza, onde questo fluido ne sospigne verticalmente le pareti del vase, sta alla pressione, che esso fa*

sul fondo del vase, com' è la differenza del vase dal cilindro circoscrittogli all' ampiezza dello stesso cilindro.

Dim. Nella curva ABM generatrice del vase si prenda l'elemento Dd, e pei suoi estremi vi si conducano le orizzontali DE, de, finchè incontrino in E ed e l'opposto ramo della curva. Pei medesimi punti D e d conducansi le rette KF; Kf parallele all' asse BM, ed elevata all' archetto dD la perpendicolare DP, che rappresenti la forza con che il fluido preme il punto D del vase, si calino PQ, PV perpendicolari sulle DE, DF. Facciasi finalmente la medesima costruzione nell' altro ramo BC della medesima curva. Sarà, com' è di per se manifesto, il triangolo DPQ uguale e simile all' altro TSE.

Ciò posto. La forza normale PD, onde il fluido contenuto nel vase ABC lo preme in D, equivale alle due forze laterali QD, VD, di cui la prima orizzontalmente vi si esercita per QD, e l' altra verticalmente per VD. Similmente le altre due forze TE, OE, in che risolvesi la forza SE, premono in simil guisa il punto E, quella cioè orizzontalmente da T verso E, questa verticalmente per OE. Ma le forze orizzontali QD, TE, perchè uguali e contrarie, si elidono senza produrne altro effetto. Dunque i due punti opposti D ed E della riferita curva saranno sospinti per DK, ed EL con forze proporzionali a VD. Il perchè la forza, onde il fluido sospigne la superficie cilindrica generata dall'archetto Dd, sta alla forza, con cui la preme per PD, come VD a PD, o come Dr a Dd (essendo tra se simili i due triangoli DVP, Drd).

Ma, rivolgendosi la curva *ABM* con perfetta rivoluzione intorno a *BM*, sta *Dr* a *Dd* come la superficie dell' armilla circolare di *Dr* alla superficie cilindrica di *Dd*, o come l'anello cilindrico, che ha per base l' armilla di *Dr* e per altezza *DK*, a quell' altro anello, che avrebbe per base la superficie di *Dd* e per altezza la stessa *DK*. Dunque nella ragione di questi due anelli cilindrici starà la forza, con cui il fluido sospigne la superficie di *Dd*, a quella colla quale perpendicolarmente la preme in *D*. Ma questa pressione sta a quell'altra, che il medesimo fluido esercita sull'armilla circolare di *Ff*, come l'anello cilindrico, che ha per base la superficie di *Dd* e per altezza *DK*, all' anello cilindrico generato da *fK* intorno a *BM* (§. 305.). Sarà dunque per uguaglianza ordinata la forza del fluido elevatrice della superficie di *Dd*, alla pressione, che esso fa sull' armilla di *Ff*, come l' anello cilindrico di *KkrD* all' altro di *KkfF*. Il perchè, componendo, sarà la forza, onde il fluido sospinge l' intera superficie del vase, alla pressione, che esso vi arreca sulla base di questo, come la scudella *AHICB*, che è la differenza del vase *ABC* e del cilindro *AHSC* circoscrittogli, all' ampiezza dello stesso cilindro. C. B. D.

§. 307. *Cor.* Il vase (*fig.* 46.) acuminato *HBC*, ripieno di un fluido omogeneo stagnante, suppongasi rigido e ben chiuso da ogni parte, ed esso abbia il fondo in sito orizzontale. Sarà chiaro potersi considerare come applicate ad uno stesso corpo le forze, che oppongonsi verticalmente; cioè *la forza premente il fondo del vase*, *e l'elevatrice delle pareti di esso*. Dun-

que la differenza di tali forze sarà quella, di cui sentirassi gravata la mano, o che il vase si sostenga pel fondo, o che esso s' impugni pel vertice. E quella differenza di forze sarà pure il peso, che converrà applicare sulla coppa di una bilancia, affinchè esso faccia equilibrio col detto vase, che trovasi nell' altra coppa. E di quì si possono dileguare quei dubbii e quelle apparenti contradizioni, che sogliono ingombrarne la mente in leggendo il §. 302.

CAP. III.

DEI SOLIDI, CHE IMMERGONSI NEI FLUIDI OMOGENEI.

PROP. V. TEOR.

§. 308. *Un solido, che s' immerge in un fluido omogeneo stagnante, vien sospinto verticalmente dal fluido con tanta forza, quanto è il peso di esso fluido di mole uguale al solido.*

Dim. Dal punto (*fig.48.*) *C* della superficie del solido *ACB*, che è immerso nel fluido *XVZY* si tiri entro di esso la verticale *CE*, per cui si distenda un piano, che formi nel solido la sezione *ACB*. Nel perimetro di questa curva si prenda l'archetto *DO* picciolissimo, da cui estremi *D* ed *O* si conducano le rette verticali *De*, *Of* insino al livello *eh* del fluido, e le *DK*, *OL* perpendicolari alla *CE*, che protratte incontrino in *F* e *Q* il ramo *CFB* della divisata curva. Inoltre nel piano *ACB* si erga dal punto *D* la *DN* perpendicolare all' archetto *DO*, la quale ne dinoti la pressione fatta dal fluido sull' ele-

mento *DO* della curva, e prolungate le due *DK*, *De* verso *P* ed *M*, si compia il rettangolo *DPNM*.

Ciò posto. E poichè (8. El. VI.) il triangolo *NDM* è simile all' altro *MDO*, dev' essere pure il triangolo *NDP* simile al triangolo *OMD*. Ora essendo la forza *DN*, onde il fluido preme l'archetto *DO*, equivalente alle due *DP*, *DM*, di cui la prima è orizzontalmente diretta da *P* verso *D*, e l'altra verticalmente da *M* verso *D*; dovrà essere una tal forza premente all' orizzontale per *PD*, come *DN* a *PD*, o come *DO* ad *OH*, o finalmente come il rettangolo di *DO* in *De* a quello di *OH* in *De*. Ma posta la densità del fluido uguale ad 1, il rettangolo di *DO* in *De* ne dinota l'effettiva forza, onde il fluido preme l'archetto *DO* (§. 300.). Dunque l'altro rettangolo di *OH* in *De* dovrà esprimere la spinta orizzontale fatta dal fluido per *PD*. Nella stessa guisa si potrà dimostrare, che l'altra spinta orizzontale recata dal fluido all' elemento *FQ* sia quanto il rettangolo di *QG* in *Fh*. Ma i due rettangoli di *OH* in *De*, e di *QG* in *Fh* sono tra se uguali. Dunque le spinte orizzontali recate dal fluido ai due elementi *DO*, *FQ* della curva *ACB* debbono pareggiarsi. Ma tali spinte agiscono pure per opposte direzioni. Dunque esse non possono cagionare nel corpo alcun movimento. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che le altre spinte orizzontali recate dal fluido al solido *ACB* debbano distruggersi. Onde dalla pressione del fluido sulla superficie del solido debbono restarvi soltanto le spinte verticali per *DM*, *FR*, ec. E poichè sta *ND* a *DM* come *OD* a *DH*, o come il rettangolo di *OD* in *De* a quel-

lo di DH in De, e 'l primo di questi rettangoli ne dinota la pressione (§. 300.), che il fluido esercita per la direzione perpendicolare all' elemento DO della curva; cioè pareggia la forza ND: dunque il rettangolo di DH in De dovrà dinotarne il valore di quella forza, onde verticalmente sospingesi dal fluido, lo stesso elemento di quella curva. Ma l'elemento ab della base n'è dallo stesso fluido gravato verticalmente (§.300.) con una forza rappresentata dal rettangolo $aefb$. Dunque la differenza dei rettangoli di DH in De, e di ab in ae, cioè il rettangolo di DH in Da dovrà dinotare l'effettiva forza, onde n'è verticalmente sospinto dal fluido l'elemento DO della curva ACB. E dimostrando la stessa cosa per ogni altro elemento della curva ACB, e per ogni altra sezione dell'intiero solido immerso nel fluido; dovrà concludersi, che l'intiera forza, onde verticalmente sospingesi dal fluido cotesto solido, sia quanto il volume di questo nella densità di quello, che si è posta uguale ad 1; cioè quanto il peso del fluido contenuto nel volume del solido. C. B. F.

PROP. VI. TEOR.

§. 309. *Un solido specificamente più grave di quel fluido, ov' è immerso, cerca di scendervi coll' eccesso del suo peso su quello del fluido di altrettanta mole.*

Un solido specificamente più lieve di quel fluido, ov' è demerso, n' è verticalmente sospinto da una forza uguale alla differenza del suo peso, e di quello del fluido di altrettanto volume.

E ciascuno di questi solidi andrà per dritto senza rotolare o barcollare, se il suo centro di gravità cada su quello della figura, o giacciano questi punti in una stessa verticale.

Dim. Le dimostrazioni della I. e II. Parte di questo Teorema traggonsi immediatamente da ciò, che si è dimostrato nella prec. Prop.

Par. III. L' intero peso di tal solido può intendersi concentrato nel centro di gravità di esso, come se fosse una sola forza, che quivi spignesse la massa di quel corpo all' ingiù verticalmente (§. 270 e 271.), e la forza, ond' esso n' è sospinto dal fluido, ov' è immerso, può intendersi riunita nel centro della sua figura (§. 270.). Dunque se il centro di gravità del solido e 'l centro della figura di esso si trovino in una stessa retta verticale; in questa retta dovran puranche trovarsi le direzioni di quelle due forze diametralmente opposte. Il perchè quel solido colla differenza di tali forze dovrà verticalmente calar nel fluido, o sublimarvisi senza mica rotolare, o barcollare. E vi si desteranno questi moti di rotolamento, o di trepidazione, se quei due centri non cadano in una stessa retta verticale. C. B. D.

§. 310. *Cor. I.* Dalla I. e II. Parte di questo Teorema potrete intendere quali sieno quei corpi solidi, che posti nell' acqua, o in un altro fluido omogeneo, vi si sommergono interamente, onde van poi al fondo, e quali quegli altri, che vi galleggiano, sicchè spinti per forza verso del fondo ritornino a galla, reggendosi con una parte del loro volume eminente sul livello dell' acqua, e coll' altra quivi demersa.

§. 311. *Cor. II.* Di più *un solido specifi-*

camente più grave di quel fluido, ov' è immerso, dee perdervi tanto peso, quanto ne avrebbe il fluido entro al suo volume.

§. 312. *Cor. III.* E l' intiero peso di tal solido sta a quella parte di peso, che esso vi perde nel fluido, come la gravità specifica del solido a quella del fluido.

§. 313. *Cor. IV. E se lo stesso solido si và successivamente mergendo in diversi fluidi, di ciascuno dei quali sia in ispecie più grave; le parti del suo peso, che vi perde, saranno come le gravità specifiche dei fluidi.*

§. 314. *Cor. V. Un solido, che è in ispecie men grave del fluido, ove s' immerga, non può ridursi alla quiete, se non vi galleggi, e soprannuoti in modo, che l' intero suo peso adegui quello del fluido contenuto sotto la parte demersagli.*

§. 315. *Cor. VI.* Il perchè l' intero peso del solido, che si và successivamente mergendo in più fluidi, dei quali sia in ispecie men grave, dee pareggiare il peso di ciascuno di essi contenuto nel volume della parte demersagli. *E le parti, che esso solido tien demerse in tali fluidi, saranno inversamente come le gravità specifiche di questi.*

§. 316. *Cor. VII.* Ogni corpo, che si può intendere generato da una figura piana rivolta intorno al suo asse, se abbia la sua materia uniformemente pel suo volume ripartita, dovrà coll' asse verticale galleggiare in un fluido di esso corpo più grave.

§. 317. *Cor. VIII. Un solido, che galleggi in un fluido, dee prendere tal sito, che l' intiero suo volume stia al volume della parte*

demersa nel fluido, come la gravità specifica del fluido a quella del solido, e che la retta congiungente il centro di gravità del solido col centro della parte del volume di esso demersa nel fluido sia verticale.

§. 318. *Cor. IX.* Ogni corpo specificamente più grave dell' acqua può rendersi un di lei galleggiante, sol che si faccia un vuoto dentro di esso, sicchè l' acqua contenuta nel suo intero volume abbia maggior peso di questo solido scavato. Il perchè sebbene l' oro sia uno dei più ponderosi corpi dei tre regni della natura; pur non di meno può formarsi un vase di oro, che molto soprannuoti non solo all' acqua, ma benanche all' olio, ed allo spirito di vino, che dell' acqua sono più leggieri.

§. 319. *Scol. I.* Se nel sifone (*fig.* 45.) *ABCFED* ricurvo nella sua parte inferiore, ed aperto in *AB* ed *FE*, vi sieno l' acqua *GHCK* e 'l mercurio *KDOPC* ridotti all' equilibrio, versando a stille a stille altra quantità di acqua nel tubo *ABCD*, per potervi reggere l' equilibrio tra i due fluidi, converrà, che una porzione del mercurio contenuto nello spazio *KDL* introducasi nel tubo *CFEL*, e con ciò la superficie *KC* si dovrà deprimere. Il perchè una quantità di acqua si troverà come immersa entro al mercurio, essendone da esso premuta. Dunque essendo l' acqua di una gravità specifica minore di quella del mercurio, essa dovrà farsi strada a traverso di questo secondo fluido, e vi dovrà montare a galla, fino a che il piano *KC* si ponga di nuovo in direzione coll' altro *CL*, ed i due fluidi si manterranno in equilibrio.

§. 320. *Scol. II.* Nei precedenti Corollarii

ascondonsi quei principii, onde gli Artefici sogliono costruire varie macchinette idrostatiche, le quali essendo addattate a valutare le gravità specifiche dei fluidi e dei solidi, convien qui definirle ed indicarne gli usi.

PROP. VII. PROBL.

§. 321. *Indicare la costruzione della bilancia idrostatica, ed additarne gli usi.*

Sol. La bilancia idrostatica è una bilancia (*fig.* 49.) comune *AB* assai sensibile ed esatta (§. 230.), nella quale dalla parte inferiore della coppa *C* vien sospeso, mercè un crine di cavallo, la secchietta *E* col suo coverchio forato. Or volendo per mezzo di questa bilancia determinare la gravità specifica dei corpi solidi, converrà procedere nel seguente modo.

I. Colla bilancia idrostatica *CABD* si determini nell'aria il peso *P* del solido *Q*, di cui si vuol determinare la gravità specifica.

II. La secchietta *E* pendente dalla coppa *C* della bilancia idrostatica immergasi nel vase *FG* ripieno di acqua distillata, e si riduca all'equilibrio per mezzo del peso *p* posto nella coppa *D* di essa bilancia. Sarà chiaro, che se il corpo, di cui si vuol determinare la gravità specifica, immergendosi nell'acqua distillata, non perdesse alcuna parte del suo peso, un tal corpo rinchiuso nella secchietta *E*, ed immerso dentro dell'acqua dovrebbe fare equilibrio coi pesi *P* e *p*, che si pongono nell'altra coppa *D*. Ma poichè l'acqua introducendosi pei fori del coverchio fa perdere a quel corpo tal porzione del suo peso, quanto è il peso di un volume di acqua

uguale a quello dello stesso corpo; l'è chiaro, che per contrabilanciare i pesi P e p posti nella coppa D debba porsi un altro peso p' nella coppa C. Il perchè dovrà essere p' il peso di un volume di acqua distillata uguale a quello del solido posto nella secchietta E. Onde nell'aria i pesi di due uguali volumi di acqua distillata e del corpo, che trovasi nella secchietta E, sono tra se nella ragione di p' a P. Lo stesso metodo dovrà seguirsi per determinare la gravità specifica del mercurio, che essendo il più pesante di tutti i fluidi non potrà uscire dalla secchietta E allor che in questa introducesi l'acqua. Che se uno stesso corpo posto nella secchietta E immergasi successivamente in fluidi omogenei di densità diverse, e nel primo di essi vi perda la parte p' del suo peso, nel secondo la parte p'', nel terzo ec.; saranno le gravità specifiche di questi fluidi come i numeri p', p'', ec. (§. 313.).

Finalmente se la gravità specifica del corpo Q stia alla gravità specifica dell'acqua distillata come p' ad 1, e la gravità specifica dell'acqua distillata stia a quella del corpo Q' come 1 a p''; dovrà stare la gravità specifica di Q a quella di Q' nella ragione di p' a p''. Onde con tal mezzo si potranno determinare le gravità specifiche non solo dei solidi, ma benanche quelle dei corpi fluidi. Ma poichè quanto maggiore è il calore, da cui vien penetrato un corpo, tanto più cresce il volume di esso (§. 33.), e quindi maggiore n'è la parte del suo peso, che perde nell'aria, o nell'acqua; l'è chiaro, volendo con accuratezza determinare le gravità specifiche dei diversi corpi relativamente all'acqua distillata, o a qualche altro fluido, converrà eseguire le operazioni

quassù indicate nella medesima temperatura dell' atmosfera. C. B. D.

§. 322. *Scol. I.* Vien riferito da Vitruvio nel Cap. III del Lib. IX, che Gerone Re di Siracusa diè ad un Artefice una certa quantità di oro, affinchè ne travagliasse una corona. Questi dopo averla travagliata, gliela presentò, e quantunque quel Re l'avesse trovata dello stesso peso dell'oro consegnato all'Artefice; pure egli venne in sospetto esservi nella corona una porzione di argento. Onde per iscoprire la frode ne diè l'incarico ad Archimede, il quale dopo qualche tempo pervenne a determinare la quantità di argento sostituita all'oro nel seguente modo. Prese Archimede due globi (*fig. 50.*) D ed E ciascuno in peso uguale alla corona, e di cui il primo era di oro puro e 'l secondo di puro argento. Dipoi avendo versata una quantità di acqua in un vase AB di figura cilindrica, o parallelepipeda fino all'altezza GB, immerse successivamente entro all'acqua il globo di oro D, quello di argento E, e la corona presentata dall'Artefice a Gerone, e determinate le altezze, cui questi tre corpi separatamente immersi nell' acqua facevano ascendere la stessa entro al vase, determinò in facil modo i volumi di questi tre corpi, i quali sono quegli stessi dei cilindri $HIGF$, $MNGF$, e $KLGF$. Il perchè essendo $MNIH$ la differenza dei volumi dei globi di oro e di argento, che hanno lo stesso peso, e $KLIH$ la differenza tra 'l volume del globo di oro e quello della corona; dovrà stare il volume del cilindro $MHIN$ a quello dell'altro $KHIL$ come il peso della corona al peso di quella parte di argento, che in essa si contiene. Ma il cilindro

MHIN sta all' altro *KIIL* come la differenza delle gravità specifiche dell' argento e dell' oro alla differenza delle gravità specifiche della corona e dell' argento. Dunque dee stare il peso della corona al peso di quella parte di argento, che in essa si contiene, come la differenza delle gravità specifiche dell' oro e dell' argento alla differenza delle gravità specifiche della corona e dell'argento. Ma poichè (§. 22.) le sperienze ne fan conoscere, che due volumi di metalli diversi ridotti allo stato liquido dall' azione del fuoco, mescolati insieme, e ridotti di bel nuovo allo stato solido col raffreddamento, formano un volume più o meno minore di quei due volumi di metalli secondo le diverse specie di questi, e secondo le diverse proporzioni colle quali si mischiano, e lo stesso dicasi di altri corpi, che si mischiano nello stesso modo; l' è chiaro, che il metodo adoprato da Archimede per iscoprire la frode dell' Artefice, che avea travagliata la corona di Gerone, è solo idoneo a far conoscere esservi nell'oro mischiata altra sostanza, ma non già a determinare quale sia quella sostanza, ed in qual quantità.

§. 323. *Scol. II.* Conoscendosi la gravità specifica di una certa sostanza, si può facilmente determinare se un corpo, che ci si offre, sia di detta sostanza formato. Poichè facendo uso della bilancia Idrostatica si potrà determinare se la gravità specifica di quel corpo sia la stessa di quella di detta sostanza. Il che è molto vantaggioso per evitare le frodi, che senza questo mezzo si potrebbero fare. E perciò abbiam creduto necessario quaggiù rapportare le gravità specifiche di diverse sostanze, posta la gravità specifica dell'acqua distillata uguale ad 1.

TAVOLA DELLE GRAVITA' SPECIFICHE.

Acciajo temperato	7,767
Aceto distillato	1,030
Aceto di vino	1,011
Acqua di fiume	1,009
Acqua di pioggia	1,004
Acqua marina	1,030
Alcool, o spirito di vino	0,791
Allume	1,714
Antimonio	6,702
Argento	10,474
Aria	0,00125
Arsenico fuso	5,763
Asbesto flessibile, o sia Amianto	0,908
Avorio	1,825
Bario solfato, o sia spato pesante	4,350
Bismuto	9,822
Calcio carbonato granelloso, o sia marmo di Carrara	2,716
Calcio carbonato laminoso, o sia cristallo d' Islanda	2,720
Calcio solfato, o sia alabastro	2,310
Canfora	0,996
Cera	0,954
Cobalto	8,538
Corallo rosso	2,689
Corniola	2,630
Creta	2,650
Diamante	3,560
Diaspro	2,666
Ferro battuto	7,788
Ferro ossidolato, o sia calamita	4,095
Giacinto	4,416
Iridio	19,005

Lazzulite, o sia lapis lazzuli	2,959
Legno di bosso	1,031
Legno di ebano	1,177
Legno di quercia	1,670
Manganese	6,850
Mercurio	13,568
Mercurio solforato, o sia Cinabro naturale	7,710
Cinabro artificiale	8,200
Molibdeno	6,693
Niccolo	9,000
Olio di lino	0,932
Olio di terebinto	0,992
Olio di ulive	0,913
Oro fuso	19,257
Ottone	8,395
Palladio	11,300
Piombo	11,352
Platino fuso	20,000
Quarzo ialino, o sia cristallo di rocca	2,654
Rame	7,788
Sangue umano	1,040
Scelio	6,823
Scelio calcare, o sia Tungstein	6,066
Scelio ferrugigno, o sia Wolfram	7,333
Sodio boricato, o sia borace	1,740
Sodio muriato, o sia sal comune fossile	2,143
Sodio solfato, o sia sal di Glaubero	2,246
Spirito di vino rettificato	0,866
Stagno	7,291
Succino, o sia ambra	1,078
Tellurio ferraorifero	5,723

Urano	9,000
Vetro bianco	2,400
Vetro verde	2,500
Zinco fuso	7,190
Zolfo	2,033

PROP. VIII. PROB.

§. 324. ***Indicare la costruzione e gli usi dell' areometro, o pesa-liquori.***

Sol. L' areometro o pesa-liquori consiste in un tubo di vetro (*fig.* 51.) *AC* nella parte inferiore *C* terminato da un globo vuoto *B*, che comunica con un altro picciolo globo *C*, nel quale s' introduce una quantità di mercurio, affinchè tal macchinetta possa reggersi in sito verticale allor che s' immerge dentro dei fluidi.

L' areometro per la valutazione delle gravità specifiche dei fluidi, non può dare risultamenti più esatti di quelli, che si possono ottenere mercè la bilancia idrostatica, ma esso può essere di giovamento per determinare a un di presso in qual proporzione due liquori di diverso genere si trovino mescolati tra loro. Per tal ragione il tubo *AB* trovasi differentemente diviso negli areometri destinati a differenti usi.

Suppongasi, che si voglia costruire la scala dell' areometro *ABC*, il quale debba servire a determinare la quantità di acqua, che si contiene nello spirito di vino.

Immergasi l' areometro nell' acqua distillata, ed esso vi si profondi fino al livello *ab*. Si segni col *o* la linea *ab*. Dipoi lo stesso areometro immergasi nello spirito di vino puro, ed esso vi si profondi fino al livello *pq*. Si noti la linea

pq col numero 100. Inoltre si facciano dei mescugli di 10 parti di spirito di vino puro e di 90 di acqua distillata, di 20 parti di spirito di vino e di 80 di acqua distillata, ec. fino a 90 parti di spirito di vino e 10 di acqua. Onde immergendo l'areometro in questi mescugli si potranno segnare coi numeri 10,20,30, ec. sul tubo *AB* le rispettive linee di livello. Ma poichè gl'intervalli, che sono tra i numeri 0,10,20, ec. sono tra se uguali, è chiaro, che suddividendo ciascuno di questi spazii in 10 parti uguali, si potrà coll' istrumento in tal guisa costruito determinare qual parte di acqua si contenga in una data quantità di spirito di vino. Nello stesso modo si potrà costruire un areometro, col quale si possa a un di presso determinare la quantità di acqua, che si contiene nel vino, nella birra, ec. C. B. F.

CAP. IV.

DELLA VELOCITA', ONDE I FLUIDI SGORGANO PER DETERMINATI ORIFIZII.

§. 325. *Def. X.* La distanza, che ha il foro di un vase, o di una conserva dalla superficie superiore dell'acqua, che vi si contiene, dicesi *altezza dell'acqua sul foro*, ed essa superficie chiamasi *pelo dell'acqua*.

PROP. IX. TEOR.

§. 326. *La velocità, con cui un fluido omogeneo stagnante, che è in un vase, comincia ad escirne per un foro fattogli nel fon-*

do, o nelle pareti, è dovuta all' altezza del fluido su tal foro; cioè è quella stessa, che si acquisterebbe un corpo liberamente calando da un' altezza uguale a quella del fluido sul foro.

Dim. Cas. I. Il vase (*fig.* 52.) *CABF* sia pieno di un fluido omogeneo stagnante insino a *PG*, e nel suo fondo orizzontale aprasi in *D* un picciol foro. Sarà manifesto, che nel primo istante debba per esso escirne il picciolo prisma di fluido *DRET* costantemente gravato dalla colonna *DH* dello stesso fluido, la quale ne soprastà al foro *RD*. Inoltre si concepisca, che un altro cilindretto *dret* fatto di materia dura, ed uguale al prisma *DRET* tanto nella densità, che nel volume, si lasciasse nel vôto cader per dritto, finchè descriva uno spazio uguale al suo asse. Sarà la forza, che ne accelera il prisma di fluido *DRET*, alla forza, che ne accelera il prisma *dret*, come il prisma di fluido *DKHR* al prisma *dret*. Poichè il prisma *DRET* n' è spinto fuori del vase dal peso del prisma *DKHR*, laddove il prisma *dret* discende gravato dal proprio peso. Ma gli spazietti *DT*, *dt* si son supposti uguali. Dunque le velocità, che avran conceputo questi corpi alla fine di tali spazietti, dovranno (§. 91.) essere in sudduplicata ragione di *DK* a *dt*. Ma la velocità del cilindretto *dret* è dovuta all' altezza *dt*: dunque la velocità, onde n' è cacciata dal vase la vena di fluido *DRET*, sarà puranche dovuta all' altezza *DK*, cioè alla distanza del foro *RD* dal livello *PG* del fluido omogeneo stagnante.

Cas. II. Se il foro *M* stia nelle pareti laterali del vase *CABF*, la forza, con cui la vena *OM* di questo fluido n' è spinta orizzontalmente

per *MO*, sarà quanto la pressione, che essa riceve dalla colonna di fluido, che avrebbe *M* per base e per altezza *MG* (§. 299.). Dunque colla guida della dimostrazione del *Cas. I.* potrà rilevarsi, che la velocità di questo getto di fluido sia dovuta all' altezza di esso sul foro. C. B. D.

§. 327. *Cor. I.* Il perchè se dentro diversi vasi si pongano fluidi omogenei, le velocità, onde questi fluidi cominceranno ad escire dai fori praticati nei fondi, o nelle pareti laterali di essi vasi, saranno in sudduplicata ragione delle altezze di quei fluidi sopra gli stessi fori (§. 139.).

§. 328. *Cor. II.* E poichè il volume di fluido, che sgorga da un dato orifizio fatto in un vase, è maggiore o minore a misura chè maggiore o minore è la velocità colla quale quel fluido esce dal vase; l'è chiaro, che la velocità, onde un fluido omogeneo esce da un foro fatto nel vase, ove esso fluido si contiene, sia proporzionale al volume di fluido, che ne sgorga in un dato tempo. Ma la quantità di moto di un corpo è proporzionale alla massa di esso corpo multiplicata per la sua velocità (§. 96.), e tal massa è poi proporzionale al volume del corpo multiplicato per la sua densità. Dunque la quantità di mòto del fluido, che sgorga per l'orifizio di un vase, è proporzionale alla velocità del fluido multiplicata per se stessa, ed alla densità dello stesso fluido; cioè alla densità del fluido ed al quadrato della sua velocità, ovvero è proporzionale alla densità del fluido, ed all'altezza di esso sul foro.

§. 329. *Cor. III.* Inoltre, poichè la corrente di un fiume, la quale si fa strada per una sezione di questo, si può considerare come se

sgorgasse dall'orifizio di un vase, uguale ad essa sezione; l'è chiaro, che la forza, onde quella corrente ne andrà a percuotere perpendicolarmente un dato ostacolo, debba essere proporzionale alla densità dell'acqua multiplicata pel quadrato della sua velocità.

§. 330. *Cor. IV.* Sieno a ed a' le superficie delle ali di due mulini sulle quali con una stessa velocità s' imbatta perpendicolarmente la corrente di un fiume. Sarà il numero dei filamenti, che ne incontrano la superficie a a quello, che ne incontra la superficie a', nella ragione di a ad a'. Il perchè dovrà stare il momento dell'acqua sulla prima superficie al momento dell'acqua sulla seconda nella ragione di a ad a'.

§. 331. *Cor. V.* Suppongasi, che la superficie a'' uguale ad a' ne sia obbliquamente percossa dalla corrente del fiume; dovrà stare la forza, onde n'è spinta la superficie a', a quella, onde n'è spinta la superficie a'', nella ragione del raggio al seno dell'angolo formato dalla direzione dei filamenti colla superficie a''. Il perchè dovrà stare il momento della corrente sulla superficie a al momento della stessa corrente sulla superficie a'' nella ragione di a ad a'', e del raggio al seno dell'angolo, sotto cui i filamenti dell'acqua ne incontrano la superficie a''.

PROP. X. TEOR.

§. 332. *Se nella parete laterale* (fig. 53.) BC *di un vase* ABCD *ripieno di un fluido omogeneo fino al livello* EF *si faccia un foro* H, *cui si applichi il tubo ricurvo* HIK, *che abbia l'orifizio* K *volto verso l'ultimo strato* EF *del fluido; l'altezza, cui ascenderà questo fluido*

sgorgando dall' orifizio K, *prescindendo dalle resistenze, che si oppongono al suo movimento, sarà quanto quella del livello* EF.

Dim. Poichè la velocità, con cui un fluido omogeneo stagnante posto in un vase comincia ad escirne per un foro fattogli nel fondo o nelle pareti, è quella stessa, che si acquisterebbe un corpo liberamente calando da un' altezza uguale a quella del livello del fluido sul foro (§.326.); l'è chiaro, che qualunque sia la posizione del tubo *IK* relativamente all' orizzonte, il fluido omogeneo, che per esso ne sgorga, prescindendo dalle resistenze, che si oppongono al suo movimento, dovrà montare insino al piano *EFM*; poichè se ne giungesse al di sopra o al di sotto del piano *EFM*, esso discendendo insino al piano disteso per l'orifizio *K* parallelo all'orizzonte, non ritornerebbe in tal piano con quella stessa velocità, onde ne fu spinto in sù (§§. 141, e 159.); il che ripugna. Dunque ec. C. B. D.

§. 333. *Cor. I.* Qualora il tubo *IK* si trovi in sito verticale, la direzione del movimento del fluido non sarà punto alterata dalla gravità terrestre; poichè questa ne spinge le particelle del fluido per direzioni diametralmente opposte a quella forza, onde il fluido n' è spinto fuori del vase (§. 308.).

§. 334. *Cor. II.* Che se il tubo *IK* si trovi inclinato all' orizzonte; il fluido, che sgorgherà per esso, dovrà descrivere una curva *KG*. Poichè le spinte, che la gravità terrestre arreca in ciascun istante alle particelle del fluido, sono impresse per direzioni perpendicolari all'orizzonte, e la forza, onde il fluido n' è spinto fuori del vase agisce per una direzione inclinata all' o-

rizzonte. Dunque quel fluido sgorgando per l'orifizio *K* dovrà descrivere una curva (§. 168.).

§. 335. *Cor. III.* E poichè le particelle del fluido *EFCD* traversando il tubo *HIK* vi soffrono uno stropicciamento, che ne diminuisce la velocità di esse, la quale viene benanche diminuita dalla resistenza dell' aria allor che le medesime particelle sgorgano dall' orifizio *K*; l' è chiaro, che per queste cagioni il fluido sgorgante dall' orifizio *K* non possa sollevarsi a quella medesima altezza, ov' è il livello di esso entro al vase.

§. 336. *Cor. IV.* Inoltre, se il tubo *IK* si trovi verticalmente situato, le prime particelle di fluido, che sgorgano da esso, nel discendere da quell'altezza, cui si sollevano, ne urtano quelle altre, che ad esse succedono, e ne diminuiscono la velocità di queste. Onde avviene, che appena aperto l' orifizio *K*, il fluido vedesi montare ad un' altezza maggiore di quella, onde in seguito ne perviene, quantunque l' altezza di esso entro al vase si mantenga sempre la medesima. Il perchè la massima altezza del zampillo di una fontana è quella, cui l'acqua ascende allor che essa sgorga per una direzione inclinata all' orizzonte.

§. 337. *Cor. V.* Dunque l'altezza del getto di acqua in una fontana naturale, o artificiale è sempre alquanto minore dell' altezza, cui l'acqua ascende dentro al serbatojo, donde quello procede. E se nella cima di un monte rinvengasi un rigagnolo, dovrà tenersi per vero, che il serbatojo, da cui procede, debbasi trovare in una montagna più alta, donde discende per meati sotterranei.

CAP. V.

DELL' ARIA ATMOSFERICA CONSIDERATA COME FLUIDO ELASTICO.

§. 338. *Def. XI.* Quella sostanza trasparentissima, che nòn solo cinge la nostra Terra, ma penetra e discende benanche negli antri profondi, e nei più celati recessi del seno della stessa Terra, chiamasi *aria atmosferica*, qualora si considera nella sua purità, e scevra del tutto da qualunque straniera sostanza.

PROP. XI. TEOR.

§. 339. *L' aria atmosferica è un fluido elastico.*

Dim. Nel vase (*fig. 54.*) *ABCD* ripieno di acqua insino al livello *EF* vi s' immerga l' estremità di un tubo ricurvo *KLM* aperto da ambe le parti, e di cui il punto più elevato *L* non molto disti dal livello *EF* del fluido. Dipoi all' orifizio *M* del tubo *KLM* vi si applichi la bocca, e succhiando s' inspiri quell' aria, di che esso tubo trovasi riempiuto. Si vedrà tosto il fluido contenuto nel vase *ABCD* ascendere entrò al tubo insino al punto *L*, e dipoi discendere per l' altro ramo *LM*. Or se l' orifizio *M* si trovi nel piano *EF*, togliendo la bocca da esso, l' acqua si manterrà nel ramo *LM* senza montar sù o discendere giù. Dunque l' acqua contenuta nel vase *ABCD* deve ascendere nel ramo *KL* del tubo *KLM* in virtù di una pressione esercitata sulla superficie di essa, che è fuori dello stesso tubo, la quale è maggiore di quella,

che si esercita sulla superficie dell' acqua posta dentro al tubo, ed oltre a ciò affinchè l' acqua possa mantenersi nel ramo *LM* senza ascendere nè discendere allor che l'orifizio *M* si trova nel piano *EF*, convien supporre, che tanta sia la pressione esercitata contro di essa verso *M*, quanto quella, che si esercita sulla superficie *EF* posta fuori del tubo *KL*; poichè le colonne di acqua di uguali altezze, che sono nel tubo *KLM* dall' una e dall'altra parte del punto *L*, si debbono equilibrare (§. 292. Par. I.). Ma sulla superficie *EF* posta fuori del tubo *LM* vi poggia l'aria, e succhiando per l' orifizio *M* si è tolta tutta o una porzione di aria, che si contenea nel tubo *KLM*. Dunque dall'ascendere, che fa l'acqua dentro al tubo *KL* si rileva, che l'aria esercita sulla superficie *EF* una pressione da sù in giù; e dal restare impedito il movimento dell' acqua allor che si toglie la bocca dall' orifizio *M* posto nel piano *EF* si rileva, che le colonne *GH*, *MN* di aria si fanno equilibrio, e con ciò debbono essere ugualmente alte.

Si concepisca ora, che in qualsivoglia luogo delle pareti del tubo *KLM* al di sopra del piano *EF* vi sia un foro alquanto grande, che nel precedente sperimento si sia mantenuto ben coperto con un pezzo di pelle di vescica, e mentre l'acqua riempie l' intiero tubo *KLM* si faccia a quel pezzo di vescica un foro con uno spillone; si vedrà tosto, che l' aria intromettendosi entro al tubo ne farà discendere nel vase quella quantità di acqua, che trovavasi tra 'l foro e 'l fluido *EFCD*. Dunque l' aria esercita la sua pressione per tutte le direzioni. Ma ponendo in una vescica una quantità di aria, questa può ridursi

in un volume maggiore o minore secondo che venga premuta con una forza minore o maggiore di quella, colla quale la vescica abbandonata a se stessa ne sarebbe premuta dall'aria circostante. Dunque l'aria è un fluido elastico, e con ciò eterogeneo (§. 287.). C. B. D.

PROP. XII. TEOR.

§. 340. *L'aria atmosferica nelle regioni prossime alla superficie terrestre non mai si rinviene del tutto pura.*

Dim. Nell'aria atmosferica trovasi una quantità immensa di sottilissime particelle di ogni specie di corpi, le quali ne vengono separate da essi o in virtù dello stropicciamento, ovvero in forza del calorico, che insinuandosi tra i medesimi corpi ne allontana le loro particelle, di cui quelle, che sono nella superficie trovandosi in contatto coll'aria si combinano con questa in virtù di *affinità* (1), e talvolta, per esserne specificamente più leggieri dell'aria, galleggiano nella medesima. Queste particelle, che diconsi *esalazioni*, si rendono visibili a traverso di un fascio di luce solare, che fassi entrare in una stanza oscura. Ma nell'aria atmosferica vi esiste benanche un'immensa quantità di *vapori acquosi*, che in virtù del calorico non solo si sollevano dalla superficie dei fluidi, ma vengono benanche prodotti dall'alito continuo della respirazione

(1) L'affinità o l'attrazione chimica *consiste in quella tendenza particolare, che i corpi di natura diversa hanno per unirsi gli uni agli altri.*

degli animali, e dalla traspirazione non solo degli animali, che dei vegetabili, i quali senza veruna interruzione ed insensibilmente esalano dalle loro sostanze un immenso numero di particelle vaporose, che combinandosi coll' aria ed essendo disciolte in essa non ne alterano la trasparenza.

L' esistenza dei vapori acquosi nell' aria si rileva allor che in un vase di cristallo o pure di metallo vi si versi dell' acqua assai fredda, ovvero vi si ponga la neve pesta; poichè appena riempiuto quel vase, la superficie esteriore di esso si vede coperta di una tenuissima rugiada, la quale proviene dai vapori acquosi sparsi nell' aria, che il circonda; i quali vapori cedendo all' acqua o alla neve pesta una porzione del calorico, che li mantiene in tale stato, si riducono tosto in acqua, che attaccasi alla guisa di sottilissime gocce alla superficie esteriore del vase. Questa verità si può benanche rilevare dall' esperienza, che qui segue. Si otturi ermeticamente una bottiglia di cristallo piena di aria, e s' immerga in una vasca di acqua assai fredda, o pure in un vase pieno di neve pesta. Si vedrà tosto la superficie interiore della bottiglia coperta di umor rugiadoso per la medesima ragione indicata poc' anzi. Lo stesso fenomeno si osserva in tempo d' inverno allor che di buon mattino aprendosi le imposte delle finestre delle stanze chiuse ed abitate, si forma immediatamente sulle superficie interiori delle invetriate una specie di rugiada, la quale vien formata dai vapori acquosi, che galleggiando nell' aria della stanza, e cedendo all' aria esteriore quella porzione di calorico, che li mantenea in istato di vapori, si

addensano e si mostrano in forma di acqua nelle superficie interiori delle invetriate. Or le esalazioni dei differenti corpi dei tre regni della Natura, qualora non siavi una poderosa forza di affinità, che li mantenga combinati colle particelle dell'aria, debbono sollevarsi fino a quelle altezze, ove la gravità specifica dell'aria (§.309.) ne pareggia quella delle medesime esalazioni. Dunque l'aria atmosferica ec. C. B. D.

§. 341. *Cor.* Dunque dalla superficie dell'acqua, che trovasi in una vasca, in virtù del calorico dell'aria, si debbono continuamente sollevare particelle acquose, da cui vien diminuito il volume dell'acqua. Dalla quantità di acqua, che riducesi in vapori da quella, che trovandosi in una vasca vien superiormente terminata da una data superficie, il Cel. Halley calcolò; che in un giorno di state dal mar mediterraneo debbono sollevarsi in forma di vapori 5280000000 di botti di acqua. Quale copia di vapori dovrà sollevarsi nell'aria in tutto il corso dell'anno dalle superficie dei mari, dei laghi, dei fiumi, dall'alito della respirazione, e dalla traspirazione degli animali di ogni specie, non che dalla traspirazione dell'immenso numero di vegetabili, che senza veruna interruzione ed insensibilmente fanno esalare dalla loro sostanza?

§. 342. *Def. XII.* Chiamasi *atmosfera terrestre* o semplicemente *atmosfera* l'intiero complesso dell'aria e di tutto ciò che dall'immensa variata serie di corpi esistenti sulla Terra continuamente vi si solleva, e che si combina coll'aria medesima.

§. 343. *Scol.* L'aria, a somiglianza degli altri fluidi su i quali possono istituirsi gli espe-

rimenti, è fornita di una somma cedevolezza e di una certa gravità specifica. Ma essa, a differenza dei fluidi omogenei, è benanche animata da un elatere. Or sebbene l'elasticità risegga in ogni parte dell'aria; pur non di meno la sua forza cresce e si rimette in proporzione del calore, che ne penetra una tal parte, e del peso, che la comprime. Ma per poter di tali cose adeguatamente ragionare, convien descrivere quelle macchine, mercè di cui si possono gli esperimenti con esattezza istituire.

§. 344. *Def. XIII.* Il *vernier* o'l *nonio* di un lembo circolare (*fig.* 55.) *ACB* diviso in parti uguali è una porzione di lembo parimente circolare *abfd* concentrico al primo, del medesimo raggio, e benanche diviso in parti uguali; ma tali però che un numero $n+1$ di parti del nonio sia sotteso da un angolo contenuto al centro comune dei due circoli *ACB*, *abfd* uguale a quello, che sottende un numero n di parti del lembo.

§. 345. *Scol.* Un tale meccanismo si applica tanto ai lembi circolari, che ai regoli lunghi divisi in parti uguali, e suole adoprarsi per valutare le aliquote di queste parti medesime. In fatti sia (*fig.* 56.) *RL* un lembo circolare, o un regolo diviso in parti uguali *Ra*, *ab*, *bc*, ec., *hL*, e sia *NV* il nonio anche diviso in parti uguali, ma più picciole delle prime; tal che p. es. 10 divisioni di questo valgono 9 del lembo, o del regolo *RL*; cioè che una parte del nonio sia $\frac{9}{10}$ di una del regolo. Sarà la differenza tra la prima parte del nonio e la prima del

regolo $\frac{1}{10}$ di una parte di questo, e $\frac{2}{10}$ della medesima parte pareggia la differenza tra due parti del nonio e due del regolo; ec. Il perchè (*fig.* 57.) se trovansi per dritto la quarta linea delle divisioni del nonio e la quinta del regolo; la prima divisione del regolo dovrà distare dalla prima del nonio per $\frac{4}{10}$ di una parte di quello. E così può ragionarsi in altri casi.

PROP. XIII. PROBL.

§. 346. ***Indicare il modo, onde costruiscasi il più semplice ed esatto*** barometro.

Sol. I. Sopra una tavola (*fig.* 58.) *ABCD* di legno, lunga circa 40 pollici, vi si applichi una spranga *EF* di ottone divisa in pollici e linee, e verso le estremità di tale spranga vi si adattino due nonii, che possano agevolmente scorrere nelle due incanalature *MN*, *OP*.

II. Si prenda un tubo ricurvo di cristallo *GHK*, 1° che sia ermeticamente chiuso nella estremità *G*, ed aperto nell' altro *K*, 2° che abbia il ramo *GH* lungo circa 34 pollici, 3° ed il cui diametro interiore sia a un dipresso di 2 linee. Un tal tubo si lavi ben bene collo spirito di vino sì al di fuori, che al di dentro, e dipoi si lasci asciugare.

III. Si faccia bollire entro un vase una quantità di mercurio purificato, ed in esso vi s' immerga il tubo *GHK*, il quale vuotandosi dell' aria si dovrà riempiere di mercurio, che, nell' ebollizione si sarà benanche purificato di aria.

IV. Allor che il mercurio riempie la capacità del tubo, si tolga questo dal vase, e si versi nello stesso vase tutta quella quantità di mercurio, che ne riempie il ramo *FK* del tubo.

V. Il tubo *GHK* si adatti sulla tavola *ABCD* nel modo che vedesi rappresentato dalla figura. Sarà tal macchina il più semplice ed esatto barometro. C. B. F.

§. 347. *Cor. I.* E poichè mantenendo il barometro in sito verticale una porzione del mercurio, che trovavasi nel ramo *HG*, allor che esso ne riempiva l'intiero tubo *GHK*, ne passa nel ramo *HK*, ove ascende ad un' altezza, che al livello del mare suol essere di circa 28 pollici e 2 linee al di sotto dell' altezza, cui ne discende lo stesso mercurio nell' altro ramo *HG*, (il che si determina per mezzo della scala *EF* e dei nonii situati nelle incanalature *MN*, *OP*); l' è chiaro, che il peso della colonna di mercurio alta 28 pollici e 2 linee in circa debba pareggiare il peso della colonna di aria, che al livello del mare poggia sulla superficie del mercurio, che è nel ramo *KL*.

§. 348. *Cor. II.* Inoltre, poichè la densità dell' aria diminuisce o cresce secondo che essa ne vien penetrata da un grado di calore più o meno intenso, ed in essa la quantità dei vapori e delle esalazioni non è sempre la stessa; l' è chiaro, che la pressione, che in un medesimo luogo l'aria esercita sulla superficie *L* del mercurio debba diminuire o aumentare secondo le diverse circostanze, e che da tali cagioni debba dipendere, che la differenza delle altezze, cui monta il mercurio nei due rami *HK*, *HG*, non sia costante.

§. 349. *Def. XIV.* In un qualunque luogo della Terra la differenza delle altezze, cui ascende il mercurio nei due rami *HK*, *HG* del tubo ricurvo *GHK*, chiamasi *altezza barometrica* in esso luogo.

§. 350. *Cor.* E poichè dalle sperienze si è rilevato, che la media altezza barometrica al livello del mare l'è di 28$^{pol.}$ 2$^{lin.}$, o sia di 338$^{lin.}$; l'è chiaro, che la pressione media, che sopra una data superficie posta al livello del mare vi fa una colonna di aria debba pareggiare il peso di un prisma di mercurio, che abbia per base la medesima superficie, e per altezza una retta di 338$^{lin.}$. Ma l'altezza di un tal prisma di mercurio sta a quella di un prisma di acqua della medesima base e dello stesso peso come la densità dell'acqua a quella del mercurio, o come la gravità specifica dell'acqua alla gravità specifica del mercurio; cioè come 1 : 13, 568. Dunque quel prisma di acqua, che ha per base la medesima superficie e per altezza il prodotto di 338$^{lin.}$ per 13, 568, cioè 31$^{pi.}$, 8, dee pareggiare la pressione media atmosferica al livello del mare.

PROP. XIV. PROBL.

§. 351. *Indicare la più esatta costruzione della* macchina pneumatica, *detta altrimenti* macchina boileana *dal nome di Roberto Boyle, il quale fe notabili miglioramenti nella costruzione di tal macchina, la cui invenzione viene attribuita ad Ottone da Guerrike Console di Magdeburgo, da cui si fe costruire nell'anno 1654.*

Sol. I. Sopra una tavola (*fig.* 59.) AB sostenuta da quattro piedi evvi una lamina di ottone, ovvero di cristallo ben livigata, la quale suol essere di figura circolare, e perciò dicesi *piatto della macchina pneumatica*. La tavola AB e'l piatto della macchina pneumatica ne son traversate da un tubo di ottone KL aperto verso l'estremità K; la quale si trova alquanto al di sopra la superficie della stessa lamina.

II. La parte del tubo KL, che trovasi al di sopra del piatto, è circondata da una vite, e quel tubo inclinandosi verso la parte di avanti della tavola comunica coi due tubi LHa, LTd, i quali per mezzo dei fori a e d, di cui ciascuno ha la figura di cono troncato, comunicano coi cilindri vuoti FGH, PON di ottone, che nelle parti superiori sono aperti verso G e P, ma chiusi verso F ed O da due lamine benanche di ottone. I cilindri FGH, PON si dicono *trombe della macchina pneumatica*.

III. Le spranghe dentate CQ, ES saldamente annesse ai cilindri R e T si dicono *stantuffi*. Le superficie convesse dei cilindri R e T combaciano perfettamente colle superficie interiori delle trombe FH, PN, ed essi son traversati dai due fori h ed f, su i quali vi sono due picciole portelline, dette *valvole*, le quali chiudendo perfettamente quei fori si possono aprire da giù verso sù.

IV. I cilindri R e T son traversati dalle due verghe Fb, ed di rame; le quali sono alquanto più corte delle lunghezze delle trombe FH, PN, ed esse con molto stropicciamento possono passare pei fori fatti nei cilindri R e T.

V. Le verghe Fb, ed son terminate nelle

parti inferiori da due coni troncati, le cui superficie possono combaciare perfettamente colle superficie concave dei coni troncati *a* e *d*, qualora in questi si adattano.

VI. Ad un sostegno posto avanti la tavola *AB* evvi adattata una ruota dentata, che aggirandosi intorno al suo asse per mezzo del manubrio *VXY* ne fa discendere uno stantuffo ed ascendere l'altro. Tal che quello, che discende, facendo insiem discendere la verga *ed*, ne chiude il corrispondente foro *d* di comunicazione della tromba *PN* col tubo *KLN*; e quello che monta sù, facendo montar sù benanche la verga *Fb*, apre la comunicazione del tubo *KLH* colla tromba *FH*. Ma la verga *Fb* ne vien sollevata in sù finchè l' estremità superiore di essa ne incontra la lamina *F*, che chiude una porzione della base superiore della tromba *FH*, e dipoi spingendosi più in sù il cilindro *R*, la stessa verga ne traversa quel cilindro in un luogo più prossimo al punto *F*.

VII. Sul piatto della macchina pneumatica in talune sperienze vi si adatta la campana *CDE* di cristallo, la cui estremità inferiore dee combaciare perfettamente colla superficie di quel piatto, ed in altre sperienze al tubo *LK* si avvita il collo di una bottiglia, di un pallone di vetro, ec.

Ciò posto. Suppongasi, che sul piatto della macchina pneumatica siavi la campana *CDE*, la quale per poco tempo si mantenga compressa sul piatto medesimo affin di togliere la comunicazione tra l'aria esteriore e quella del recipiente *CDE*. Sarà chiaro, che deprimendosi lo stantuffo *ST* si chiuda il foro *d*, ed abbassandosi

anche di più lo stantuffo, l'aria, che trovasi al di sotto del cilindro *T* essendone validamente compressa, si farà strada a traverso della valvola *f*. Ma spingendosi in sù lo stantuffo *ST*, la valvola *f* in forza del suo peso ne chiuderà il foro *f*, e la verga *ed* sollevandosi aprirà la comunicazione tra la parte inferiore della tromba *NP* e 'l recipiente *CDE* della macchina. Dunque un' altra porzione dell' aria del recipiente dovrà passarne ad occupare la parte inferiore della tromba *PN*. Lo stesso avrà luogo nell' altra tromba *FH*. Il perchè elevando e deprimendo i due stantuffi *QR*, *ST* si potrà giungere a togliere quasi tutta l' aria, che nel recipiente *CDE* si contenea. C. B. F.

PROP. XV. TEOR.

§. 352. ***Il peso di un piede cubico di quell' aria, che trovasi al livello del mare, pareggia un' oncia e 230 grani.***

Dim. Al collo (*fig. 60.*) *AD* della bottiglia di cristallo *ABCD* siavi adattato il tubo *AEFD* di metallo, che venga traversato dalla chiave *GO* forata in *O*, tal che questa aggirandosi possa aprire ed intercettare la comunicazione tra l'aria, che è fuori della bottiglia, e la capacità di essa. Intanto la bottiglia *EBCF* piena di aria di quella densità, che essa ha al livello del mare, si pesi, con un' esatta bilancia, e dipoi l' apertura *EF* di essa si applichi sul piatto della macchina pneumatica in modo che si possa estrarre l' aria dall' intiera sua capacità, e fatto il vuoto entro alla bottiglia s' intercetti colla chiave *GO* la comunicazione tra lo spazio

OABCD e l'altro *OEF*. Inoltre, si tolga la bottiglia dal luogo; ove si trova, e si determini il suo peso per mezzo di un'esatta bilancia. Sarà un tal peso minore di quello, che poc' anzi si è ottenuto, per quanto è il peso del volume di aria naturale contenuto nello spazio *OABCD*. Il perchè se facciasi un tal volume ad un piede cubico come il peso dell'aria contenuto in esso volume ad un quarto proporzionale; questo sarà di 1 oncia e 230 grani, e dovrà dinotare il peso di un piede cubico di aria. C. B. D.

§. 353. *Cor. I.* E poichè un piè cubico di acqua distillata pesa circa 70 libbre parigine e 2 once, che equivalgono 1122 once, essendo ciascuna libbra parigina di 16 once; dovrà stare la gravità specifica dell' acqua alla gravità specifica dell' aria nella ragione di 1122 once ad 1 oncia e 230 grani, o come 1122 ad 1 $\frac{230}{560}$. Ma tal ragione è a un di presso uguale a quella di 811 ad 1. Dunque la gravità specifica dell'acqua sta alla gravità specifica dell' aria, o sia la densità dell'acqua sta alla densità dell'aria nella ragione di 811 : 1.

§. 354. *Cor. II.* Essendo di 31pi., 8 l' altezza della colonna di acqua, che al livello del mare si equilibra coll' aria atmosferica, se facciasi 1 ad 811 come 31pi., 8 a 25789pi., 8; sarà di 25789pi., 8 l'altezza equivalente di un fluido omogeneo denso quant' è l' aria, che trovasi al lido di mare.

§. 355. *Cor. III.* Inoltre, poichè il peso di un prisma di acqua, che ha per base il quadrato di un piede, e per altezza una retta di 31pi., 8 pareggia la pressione, che sulla superficie di un piede quadrato fa la colonna di aria,

che ha per base la stessa superficie, e per altezza l'intiera altezza dell'atmosfera; l'è chiaro, che tal pressione debba pareggiare il prodotto di 31, 8 per 1122 once; cioè 2230 libbre parigine.

§. 356. *Cor. IV.* Dunque allor che nel recipiente della macchina pneumatica si è fatto il vuoto, la campana di essa macchina deve opporre una resistenza più o meno grande a poter essere separata dal piatto di tal macchina, a misura che è maggiore o minore la base di quella colonna di aria, che poggia sulla medesima campana; il che vien confermato dalle sperienze.

§. 357. *Cor. V.* Di quì si rileva, che se i due emisferi (*fig. 61.*) *A* e *B* si soprappongano l'uno all'altro, e dalla capacità di essi si estragga l'aria per mezzo del tubo *BD*, e dipoi, s'intercetti la comunicazione tra l'aria esteriore e la capacità della sfera *AEB* per mezzo della chiave *C*; vi bisognerà grandissima forza a poter separare quei due emisferi; tal che essendo il diametro della sfera *AEB* di 4 pollici vi bisognerà una forza maggiore di 180 libbre per poterli separare. Quei due emisferi si dicono di *Magdeburgo* da *Ottone da Guerrike* Console di Magdeburgo, che essendo il primo inventore del rapportato esperimento ne adoprò due di tal grandezza, che non poterono essere l'uno dall'altro separati neppure colla forza di 16 cavalli.

PROP. XVI. TEOR.

§. 358. ***La densità dell'aria è quasi proporzionale alla forza comprimente, qualora il volume, che essa vien costretta ad occupare***

in virtù di tal forza, non è minore della quarta parte di quello, che essa occupa nel suo stato naturale. E se la forza, che ne comprime un dato volume di aria il riduca ad un volume minore della quarta parte di quello, che essa naturalmente occupa, vi bisognerà una forza maggiore del doppio di quella per ristringere un tal volume alla metà dell'altro, in che fu ridotto dalla prima forza.

Dim. Queste verità si possono confermare con varie sperienze, le quali sono state istituite dal Boyle, dal Mariotte, dall' Amontons, dal Marchese Poleni, dai Bernoulli, e da altri Valentuomini. Una di tali sperienze è la seguente.

Prendasi un cannello (*fig. 62.*) di vetro ricurvo *ABC* chiuso in *C* ed aperto in *A*; vi si versi un pò di mercurio fino all'altezza orizzontale *DE*, affinchè l'aria rinchiusa *CE* non sia nè meno nè più dilatata di quella, che è nell' altro braccio: poichè se il mercurio fosse un poco più alto in un braccio, che nell' altro, l'aria sarebbe in questo più premuta. Bisogna, che l' altezza *EC* sia mediocre, per esempio di 12 pollici, come si è supposto nella figura, e l'altra *AD* sia alta quanto si può averla. Essendo dunque il mercurio dall'una e dall'altra parte alla stessa altezza verso *D* ed *E*, e non essendovi più comunicazione tra l'aria *EC*, e *DA*, si versi altro mercurio dall' apertura *A* con un piccolo imbuto di vetro, procurando, che non entri aria nello spazio *CE*. Si vedrà salire a poco a poco verso *C* e condensarsi l'aria, e se *EF* è di 6 pollici, essendo *FG* una linea orizzontale, il mercurio sarà salito nell'altro braccio fino al punto *H*, lontano 28 pollici dal pun-

to G, se sieno allora i barometri all'altezza di 28 pollici nel luogo dell' osservazione, perchè se fossero a 27 pollici e mezzo, anco GH sarebbe solamente a 27 pollici e mezzo. In questo stato adunque l' aria in FC è premuta dal peso dell'atmosfera, che si suppone uguale a quello di 28$^{pol.}$ di mercurio, e del peso ancora dei 28$^{pol.}$ di mercurio, che sono nello spazio GH. Si vede dunque da questa esperienza, che l' aria EC si sarà condensata in proporzione del peso. Nello stesso modo si rileva, che essendo l'aria in FC premuta dal triplo del peso dell' atmosfera, essa si ridurrà ad un volume, che sarà terza parte di quello, che occupava allor che n' era premuta dal semplice peso dell'atmosfera. Ma si rileverà da queste sperienze, che per ridurre l'aria, che prima contenevasi in EC in uno spazio, che sia la quinta parte di EC, bisogna adoprare una forza, che sia maggiore del quintuplo peso dell' atmosfera, e così in seguito. Dunque ec. C.B.D.

PROP. XVII. TEOR.

§. 359. ***Qualora l'aria secca dalla temperatura del gelo ne passa a quella dell' acqua bollente, acquista un volume, che è per 0,375 maggiore di quello, che essa occupava sotto la prima temperatura. Ed un dato volume di quest' aria cresce come il grado di calore, da cui si fa penetrare.***

Dim. **Si prenda il tubo (*fig. 63.*) *ABCD* di cristallo, che sia perfettamente cilindrico e di un diametro alquanto grande, ed esso sia aperto nelle due estremità, ma fatto in modo, che nella estremità superiore vi si possa salda-**

mente avvitare il coperchio *AEB* di ottone o anche di cristallo. Inoltre, quel tubo passi a traverso del recipiente *FGHKLM*, nel quale vi si possa mantenere l' acqua senza escirne per *HK* tra 'l tubo e 'l recipiente, e ad esso recipiente vi sia adattato il tubo *LO*, pel quale possa escirne l' acqua, che nell' esperimento si dovrà porre in *FGHKLM*, e vi si potrà pure mantenere chiudendo colla chiave *N* la comunicazione colla parte inferiore del tubo. Allor che l' aria è molto asciutta si tolga dal detto apparecchio il coperchio *AEB*, e s' immerga il tubo *ABCD* colla sua estremità inferiore dentro ad una vasca di mercurio, ove si profondi verticalmente sino a che il livello del mercurio si trovi alquanto al di sotto della linea *HK*. Dipoi si avviti il coperchio *AEB* al tubo, e si chiuda la chiave *N*, ed il recipiente *FGHKLM* si riempia di neve pesta; la quale vi si rifonda a misura che una porzione di essa liquefacendosi n' esca pel tubo *LO*, e ciò si prosegua a fare sino a che l' aria contenuta nel tubo non più si condensi, facendone montare il mercurio entro allo stesso tubo al di sopra del suo livello. Si noti l' altezza, cui ascende il mercurio entro al tubo, e si tolga la neve dal recipiente *FGHKLM*, il quale si riempia di acqua, che si riscaldi fino all' ebollizione per mezzo di lucignoli bagnati nello spirito di vino e situati sotto la cavità esteriore *GHKL* del recipiente. Si vedrà tosto, che a misura che l' acqua si riscalda, l' aria acquista un volume maggiore in modo che ne spinge in giù il mercurio, che è dentro al tubo, e tale aumento di volume allor che l' acqua giunge all' ebollizione ne diverrà 0,375 di quello, che la

stessa aria avea alla temperatura del gelo. Dunque l'aria secca ec. C. B. D.

§. 360. *Cor.* E quindi l'aria penetrata dal calore cresce di volume se è in grado di rarefarsi, e se non possa rarefarsi accresce la sua molla.

PROP. XVIII. TEOR.

§. 361. *L' elasticità di un dato volume di aria dirigesi per ogni verso, ed è proporzionale alla forza, che la comprime, ed a quel grado di calore, che essa contiene.*

Dim. Il conato espansivo, che destasi in una massa di aria in virtù della forza, che la comprime, è proporzionale all' intensità di essa forza. Ma il calor di cotesta aria cercando di dilatarla a misura di quel grado, che esso vi tiene, ne genera un simigliante conato. Dunque da questo duplice principio dee nascere in tale aria una elasticità proporzionale alla forza, che la comprime, ed al calore, onde tale aria n'è penetrata. C. B. D.

§. 362. *Cor. I.* Dunque l'elasticità di due uguali masse di aria, e da un medesimo calore penetrate, saranno come le rispettive forze, che le comprimono.

§. 363. *Cor. II.* E se le forze comprimenti queste due arie sieno uguali; l'elasticità di queste saranno come i gradi di calore, che contengono: supposto, che il calore non abbia ingrandito il volume di ciascheduna.

§. 364. *Cor. III.* La forza, che comprime una massa di aria o è il peso di quella colonna di aria, che a tal massa ne sovrasti, o è un altro corpo sia solido sia fluido, da cui quella massa ne sia gravata.

PROP. XIX. TEOR.

§. 365. *Se un vase pieno di aria naturale e ben chiuso intendasi posto in un gran vuoto, e quivi apertogli un picciolo foro; la velocità dell' aria uscente dal vase sarà di 1248 piedi parigini.*

Dim. Al foro del proposto vase concepiscasi verticalmente adattato un tubo dell' altezza di 25789pi., 8, pieno di un liquore omogeneo tanto denso, quant' è l' aria naturale. La pressione di questo fluido nel tubo dovrà equilibrarsi coll' elatere dell' aria nel vase (§. 354). Dunque la velocità, onde quel fluido si spingerebbe nel vase, se questo fosse sgombro di aria, dovrà uguagliare la velocità dell' uscita dell' aria dal vase al voto. Ma quella velocità è dovuta all' altezza di 25789pi., 8, e quindi tale che con essa un corpo potrebbe correre equabilmente (§. 140.) lo spazio di $2\surd$(15pi., 1. 25789pi., 8), o sia di 1248pi. in un minuto secondo. Dunque la velocità iniziale dell' aria, che esce dal vase nello spazio voto, sarà pure di 1248pi.. C. B. D.

§. 366. *Cor. I.* La velocità, onde l' aria naturale n' è projettata dal di lei elatere, è di 1248pi., che è a un di presso quanto la velocità iniziale di una palla vibrata da una gagliarda carica di un cannone da 24. Ma questa velocità cresce a misura che l' aria si ristringe in minor volume. Dunque se l' aria venga gagliardamente compressa in un recipiente, la velocità, ond' essa ne sarà projettata da quel recipiente nel vuoto, sarà tanto maggiore di 1248pi., per quanto la pressione, che essa soffre in quel recipiente, è maggiore della pressione atmosferica.

§. 367. *Cor. II.* Il perchè se facciasi un foro ad un recipiente, nel quale l' aria siavi stata gagliardamente compressa, la velocità, onde quest' aria ne spingerà l'aria esteriore, dovrà essere assai grande. Il che vien confermato dalle sperienze, che si eseguono col *fucile pneumatico*.

§. 368. *Scol.* La forza, onde l' aria compressa cerca di spiegarsi, è talmente energica, che con essa nella macchina chiamata *ariete idraulico di Montgolfier* si può spingere l' acqua a qualunque altezza ne piaccia; laddove il peso e l' elasticità di una colonna di aria, che dal livello del mare si estende insino all'ultimo strato dell' atmosfera vale solo a sollevar l' acqua nelle trombe aspiranti fino all' altezza di circa 32 piedi parigini (§. 350.).

PROP. XX. TEOR.

§. 369. *Se una massa di aria temperata stia in mezzo a due colonne di aria, una delle quali sia calda, e l' altra fredda; dalla cima della colonna di aria calda dovrà scagliarsi una corrente di aria verso la colonna di aria fredda; ed una simil corrente dovrà poi dal fondo di questa spingersi verso di quella. E durerà questo flusso e riflusso di aria da sù in giù, fintantochè un' identico calore non abbia queste tre arie ugualmente penetrate.*

Dim. Rappresenti (*fig. 64.*) $CABc$ una colonna di aria assai più calda di quella, che è nell' altra colonna $DEFd$, e tanto in cima, che in fondo ad esse intendansi posti i due tubi cd, CD in sito orizzontale, aperti da ambe le parti, e ripieni di aria temperata. Finalmente dinoti HG lo strato supremo dell'atmosfera, dove estendansi le due colonne $CABc$, $DEFd$.

E poichè le due colonne di aria *AGC*, *DHE*, che si equilibrano sono ugualmente ponderose, e la parte *CABc* della prima supponesi più calda, e con ciò più lieve di *DFEd* parte dell' altra; sarà la *BGc*, rimanente parte di quella, più pesante di *FHd* rimanente parte di questa. Dunque la pressione, che fa la colonna di aria *BGc* contro quella, che è nel tubo *cd*, sarà maggiore della pressione, che fa l'altra colonna di aria *FHd* contro all'aria dello stesso tubo. Onde per la prevalenza di quella pressione su questa dovrà spingersi una corrente di aria calda da *c* verso *d* con impeto proporzionale a questa prevalente forza. Il perchè con tal mezzo trovandosi l'aria della colonna *DEFd* più gravata di ciò, che dianzi essa era; un' altra corrente di aria dovrà spingersi da *D* verso *C*: cioè la prima corrente di aria si farà nella cima di queste colonne dalla calda verso la fredda, e la seconda si ecciterà in fondo ad esse dalla fredda verso la calda. E durerà questo flusso e riflusso di aria da sù in giù, fin tanto che uno stesso calore non abbia ugualmente penetrate queste tre arie. C. B. D.

§. 370. *Cor. I.* Da questo giro di aria ne addiviene, che il fuoco di una fornace, la quale abbia all' ingiù lo sfogatojo vi si mantiene sempre vivo, e sempre sospignesi verticalmente il fumo dei corpi, che vi bruciano.

§. 371. *Cor. II.* Se due stanze ben chiuse sieno tramezzate da un'imposta, che ne chiuda il comune uscio, ed una di esse sia più calda dell' altra; l' aria calda della prima stanza fluirà per le fessure superiori dell' imposta, e per le inferiori rifluirà l' aria nella prima stanza dalla seconda.

INSTITUZIONI
DI
FISICA SPERIMENTALE

LIBRO QUARTO.
DELL' ACUSTICA.

CAP. I.
DELL' ORIGINE DEL SUONO, E DEL MODO, OND' ESSO SI PROPAGA.

§. 372. *Def. I.* Qualora le particelle di aria, che sono in una superficie qualunque, ne vengono spinte in modo che mentre ne spingono le altre ad esse contigue ne sono da queste respinte, per cagione della somma elasticità, di cui le une e le altre son dotate, e quindi produconsi simili movimenti nei strati di aria paralleli ai primi; tali movimenti chiamansi *vibrazioni aeree*, ovvero *onde aeree*.

§. 373. *Cor. I.* Di qui segue, che se un corpo sia dotato di tal grado di elasticità, che percosso cangi insensibilmente la sua figura, ma immediatamente la riprenda, un tal cangiamento

e ripristinazione di figura dovrà produrre nell' aria adjacente le onde aeree.

§. 374. *Cor. II.* E se comprimasi un corpo elastico, e dipoi di repente la forza premente cessi di agire, un tal corpo nel riprendere la figura perduta dovrà spingerne validamente le particelle di aria contigue alla sua superficie, e non potrà produrre le onde, ovvero le vibrazioni aeree, ma soltanto un movimento a guisa di soffio nelle particelle di aria contigue alla superficie compressa.

§. 375. *Cor. III.* Nella produzione delle onde aeree i differenti strati di aria, ove si producono, son soggetti ad alternative compressioni e dilatazioni.

PROP. I. TEOR.

§. 376. *Qualora la percussione fatta in un corpo cagiona le onde aeree, le quali dai strati di aria, che sono in contatto col medesimo corpo, si comunicano agli altri, che sono tra quel corpo e le nostre orecchie, si dovrà da noi avere quella sensazione, che chiamasi* suono, *e 'l corpo percosso chiamasi* corpo sonoro.

Dim. Le due spranghe inflessibili (*fig. 65.*) ed uguali QT, SR forate nei loro estremi Q, T, S, R sieno tra se congiunte in modo, che dividendosi scambievolmente per metà si trovino tra se perpendicolari, ed il punto P, dove esse s' intersegano, si annodi ad una corda pendente dal soffitto di una stanza. Dipoi ai punti Q, R, T, S vi si annodino l' estremità di quattro corde ugualmente lunghe, e di cui l' estremità inferiori A, F, C, G sieno annodate all' anello di

acciajo *ABCD* di figura circolare, ed ai fori *Q*, *R*, *T*, *S* si annodino quattro altre corde, da cui pendano quattro palline *E*, *B*, *H*, *D* di ottone, ed in modo disposte, che tre di esse *E*, *D*, *H* tocchino l'anello *ABCD* al di fuori, e la rimanente *B* al di dentro. Or se la pallina *D* si distacchi alquanto dall'anello *ABCD*, e poi si abbandoni a se stessa, nell'atto che questa ne andrà ad urtare l'anello *ABCD* si udirà un suono, e le due palline *E* ed *H* si allontaneranno dal centro *O* del circolo *ABCD*, laddove l'altra *B* si approssimerà allo stesso centro. Il che indica, che l'anello nel momento della percossa ricevuta ha cangiata la sua figura circolare in ellittica. Che se ai punti *A*, *F*, *C*, *G* vi si annodino l'estremità delle due corde *AMC*, ed *FLG*, e le palline *E*, *B*, *H*, *D* sieno di cera, premendo consecutivamente colla mano ora in *L*, ed ora in *M*, si vedranno eseguire a quelle palline di cera quei medesimi movimenti dianzi indicati, ma non si udirà alcun suono. Dunque non è lo spostamento delle particelle aeree dai loro rispettivi luoghi quello, da cui producesi il suono, ma semplicemente quel picciolo movimento di esse particelle, che vien cagionato da un certo fremito nelle particelle del corpo *ABCD*, il quale si comunica alle particelle di aria, e produce le onde aeree, da cui si ode il suono. In fatti ponendo la mano sopra una campana nell'atto, che suona, si avrà la sensazione di un certo fremito o leggierissimo tremore, da cui sono agitate tutte le parti della campana, e lo stesso si sperimenterà coll'applicar la mano ad un qualunque altro corpo sonoro di una notabile grandezza. Che se nel

recipiente della macchina pneumatica si ponga sopra un cuscinetto un sostegno, al quale stiavi unito un campanello, che mercè l' azione di una molla possa suonare, si udirà il suono prima di fare il vuoto in esso recipiente, ma nel fare il vuoto si andrà diminuendo l'intensità del suono fino a che ne diverrà insensibile. Che anzi? il suono si farà di bel nuovo sentire, se in quel recipiente si faccia di bel nuovo entrare l'aria, e l'intensità di esso andrassi aumentando a misura che maggior quantità di aria entrerà nel recipiente. Dunque qualora la percussione fatta in un corpo ec. C. B. D.

§. 377. *Cor. I.* Dunque qualora vien percosso un corpo sonoro si generano in esso due movimenti, dal primo dei quali, che chiamasi *totale*, cangiasi sensibilmente la figura del corpo, e dall'altro, che dicesi *parziale*, le particelle del corpo in virtù della loro elasticità concepiscono un certo fremito, o sia un insensibile movimento ondulatorio, tal che esse si urtano scambievolmente le une contro le altre.

§. 378. *Cor. II.* E poichè premendo successivamente colla mano ora in *L* ed ora in *M* cangiasi successivamente la figura dell' anello *ABCD* da circolare in ellittica e da ellittica in circolare, e non si ode alcun suono; l'è chiaro, che il suono venga prodotto dal movimento parziale del corpo sonoro, e non già dal totale.

§. 379. *Cor. III.* Il perchè se nell'atto che si ode il suono di una campana, o di qualsivoglia stromento armonico, si distrugga il movimento parziale del corpo sonoro coll' applicare sopra di esso la mano, un panno di lana, o altra cosa simile, si diminuirà l' intensità del suo-

no, ovvero quel corpo cesserà di suonare, come in fatti si sperimenta.

§. 380. *Cor. IV.* Dall'urto di un corpo non elastico con un altro di simil natura producesi un rumore confuso, e non già un suono; poichè essendo i proposti corpi non elastici, le particelle di essi non possono dopo dell'urto concepire i movimenti parziali, ma le particelle di aria, che sono nelle superficie di essi, essendo compresse nel momento dell'urto, si dispiegano dopo dell'urto per cagione della somma elasticità, di cui son dotate; onde nello spingere validamente le altre particelle a se d'intorno ne producono quel rumore. Lo stesso avviene nello sparo delle armi da fuoco.; poichè in tal caso il vapore, in che la polve si riduce, dee validamente spingerne le particelle di aria, che gli si parano innanzi, onde producesi quel rumore, che si ode in simili circostanze.

§. 381. *Cor. V.* Dunque l'aria è un corpo sonoro.

§. 382. *Scol.* Le ondulazioni, che per mezzo di un corpo sonoro producònsi nelle particelle di aria, debbono similmente prodursi nelle particelle di altri fluidi elastici qualora entro di essi fassi suonare lo stesso o altro corpo. Dunque se dalle particelle di uno di tali fluidi si comunichi il movimento ondulatorio alle particelle di aria contigue, e da queste a tutti gli altri strati, che sono tra quel fluido elastico e le nostre orecchie, dovrà da noi udirsi il suono. Il che è conforme alle sperienze istituite con un campanello posto in moto da una molla, e situato nel recipiente della macchina pneumatica riempiuto ora di un fluido elastico ed ora di un al-

tro. Ma il suono si propaga pure a traverso dell'acqua. In fatti tuffando la testa nel mare a diverse profondità, si può udire il rumore prodotto dall'urto di due sassi, lo sparo di un cannone, quello di uno archibuso, la voce umana, ed altri rumori. Viceversa lo scoppio di una bomba crepata nel fondo del mare si ode dalle persone, che si trovano sul lido. Or sebbene da questi e da altri simili esperimenti praticati con acqua, renduta scevra di aria per mezzo dell'ebollizione, si possa rilevare, che il suono si trasmetta benanche a traverso dell'acqua, pur non di meno l'intensità di esso di molto si diminuisce, e rendesi più grave.

§. 383. *Def. II.* La scienza, che ha per oggetto di esaminare le diverse proprietà del suono, di additare i mezzi, onde aumentarne l'intensità, e quelli, che ne bisognano per l'orecchio difettoso, chiamasi *acustica*, dal greco vocabolo *ακουω*, che nel latino idioma vuol dire *audio*.

PROP. II. TEOR.

§. 384. *L'intensità del suono in due luoghi, che serbano disuguali distanze dal corpo sonoro, sono tra se nella ragione inversa dei quadrati di dette distanze, qualora non sianvi ostacoli, che ne affievoliscano la transmissione.*

Dim. Sia (*fig. 66.*) *O* il corpo sonoro, che si concepisca nel centro di tanti strati sferici *A*, *B*, *C*, ec. di aria. Sarà chiaro, che il fremito eccitato nelle particelle del corpo sonoro *O* debba comunicarsi alle particelle di aria, che sono nello strato sferico *A* in contatto con

esso corpo. Ma poichè nell' agitarsi le particelle di aria dello strato sferico A, esse ne urtano le particelle dello strato sferico B, che sono di un numero maggiore. Dunque l'ondulazione prodotta dalle prime particelle su queste seconde dev' essere tanto minore di quella cagionata dal corpo sonoro sulle prime di quanto il numero di queste è minore del numero di quelle. Nello stesso modo si potrà dimostrare, che cagionandosi dalle particelle dello strato B un' ondulazione nelle particelle dello strato C, debb' essere questa tanto minore di quella, che si è prodotta nello strato B, di quanto il numero delle particelle di B è minore del numero delle particelle di C, ec. Il perchè essendo il numero delle particelle situate in un qualunque strato sferico come la superficie di esso strato, o come il quadrato del raggio della sfera, nella cui superficie le stesse particelle sono situate, debbono essere le ondulazioni cagionate dal corpo sonoro in due differenti strati nella ragione inversa dei quadrati delle distanze di essi strati dal corpo sonoro. Vale a dire, che l'intensità del suono in due luoghi ec. C. B. D.

§. 385. *Cor. I.* Dalla dimostrazione del precedente Teorema si rileva, che l' intensità del suono non debba diminuirsi nella ragione che si aumenta il quadrato della distanza delle orecchie dal corpo sonoro; qualora un tal corpo trovasi nell' estremità di un tubo cilindrico assai lungo ed all' estremità opposta le orecchie; poichè in tal caso il movimento ondulatorio eccitato dal corpo sonoro nello strato di aria a se contiguo si comunica ad un eguale strato di aria, che ritrovasi entro al tubo, e così successivamente.

il perchè se le pareti del tubo sieno di una sostanza alquanto elastica, prescindendo dallo stropicciamento delle particelle di aria contro le stesse pareti, l' intensità del suono non dovrà sensibilmente diminuirsi. La qual cosa vien confermata dalle sperienze del Signor Biot, che facendo parlare sotto voce un suo amico posto nell' estremità di una serie di tubi cilindrici di metallo, e la cui lunghezza pareggiava 3566 palmi in circa, ne udì distintamente le parole, come se l' amico avesse parlato presso alle sue orecchie.

§. 386. *Cor. II.* E poichè le densità degli strati di aria paralleli all' orizzonte decrescono dalla superficie terrestre verso la parte superiore dell'atmosfera; l'è chiaro, che ad uguali distanze dal corpo sonoro il numero delle particelle scosse dev' essere maggiore in uno degli strati inferiori dell' atmosfera, che in un altro superiore. Dunque la intensità del suono, che vien prodotto nella parte inferiore dell' atmosfera a distanze uguali dal corpo sonoro, dev' essere maggiore in un luogo, che con quel corpo si trovi in un piano orizzontale, che in un altro, il quale si trovi molto al di sopra dello stesso piano.

§. 387. *Cor. III.* Suppongasi, che la densità dell' aria nello strato sferico *A* sia minore di quella dello strato sferico *BE*, e questa minore di quella dello strato sferico *C*, ec. Sarà chiaro, che il movimento ondulatorio delle particelle dello strato sferico *AD* dovendosi comunicare alle particelle dello strato sferico *BE*, che è di una densità maggiore, dev' essere minore di quello, che vi si ecciterebbe se la den-

sità dello strato sferico *BE* fosse uguale a quella dello strato sferico *AD*. Il perchè in tal caso le intensità del suono in due luoghi, che serbano disuguali distanze dal corpo sonoro, debbono essere tra se in una ragione maggiore dell'inversa dei quadrati delle distanze di essi luoghi dal corpo sonoro. Onde essendo gli strati superiori dell'atmosfera di densità minori di quelle degli strati inferiori; l'è chiaro, che l'intensità del suono prodotto nelle sublimi regioni dell'atmosfera in due luoghi, dei quali uno sia sulla superficie terrestre, e l'altro si trovi alquanto distante dalla medesima superficie debbono essere tra se in una ragione maggiore dell'inversa dei quadrati delle distanze di essi luoghi dal corpo sonoro. Il perchè se nella guerra dell'anno 1672 tra l'Inghilterra e l'Olanda, come vien riferito dal Dottor Derham, udivansi le cannonate in distânza di circa 180 miglia Italiane, non farà meraviglia se avendo il signor Godin fatto sparare un cannone nella cima della montagna Pamba-Marca, che è nel Regno del Perù, non ne abbia udito il rimbombo nelle vicinanze della Città di Quito, che ne dista per 21 miglia in circa.

§. 388. *Scol.* Quantunque nella dimostrazione del precedente Teorema siasi supposto, che tutte le particelle dello strato sferico *A* comprimendosi e dilatandosi in virtù del movimento ondulatorio comunicato ad esse dal corpo sonoro ne producano simili movimenti nelle particelle degli strati sferici *B*, *C*, ec; pur non di meno si concepisce chiaramente, che dilatandosi le particelle dello strato sferico *A* non debbano eccitare movimenti ondulatorii in ciascuna di quelle

particelle, da cui lo strato sferico B vien formato, ma soltanto in alcune di esse, e che dilatandosi queste debbano eccitare simili movimenti in alcune particelle dello strato sferico C, ec. Il perchè se poco distante dal corpo sonoro O se ne trovi un altro, questo potrà produrre nelle particelle degli strati sferici B, C, ec. non poste in moto dal primo corpo, quelle ondulazioni, mercè le quali può udirsi il suono di questo secondo corpo. Dunque se contemporaneamente alcune particelle di aria, che sono nel meato uditorio, ricevano il movimento di ondulazione dal primo corpo sonoro, ed altre il ricevano dal secondo, si dovranno nel medesimo tempo avere le sensazioni di due suoni distinti. Quindi avviene, che qualora ci troviamo a qualche distanza da un orchestra, possiamo contemporaneamente udire i differenti suoni di quegli strumenti, che ivi si suonano, ma non possiamo distinguere gli stessi suoni qualora ci troviamo sull' orchestra medesimo.

CAP. II.

DELLA VELOCITA', ED ESTENSIONE DEL SUONO, DELL' ECO, E DEI MEZZI, CHE NE BISOGNANO PER AUMENTARE L' INTENSITA' DEL SUONO.

§. 389. *Esp. I.* Gli Accademici del Cimento situandosi molto lungi da un cannone, che fecero sparare, determinarono il tempo decorso dall' istante dell' accensione della polve e quello del rimbombo. Onde essendo quasi nullo il tempo, che la luce impiega a percorrere la distanza di due luoghi della superficie terrestre, da uno

dei quali può vedersi l'altro, siccome nel Lib. VI sarà dimostrato, essi ne inferirono, che il tempo decorso tra l'apparizione della fiamma e l'istante del rumore del cannone dovea essere a un di presso quello, che dal suono impiegasi a percorrere la medesima distanza. Il perchè con una semplice proporzione rinvennero, che in un minuto secondo di tempo il suono ne percorre lo spazio di 1185 piedi parigini, che dal Signor Cassini fu da altri esperimenti ritrovato di 1041 piedi. Ma il Cavalier Newton, Flamstedio, ed Hadley con altre sperienze rinvennero, che il suono in un minuto secondo percorre lo spazio di 1070 piedi, che da altri fu ritrovato di 1138 piedi. Ed i membri dell'Accademia delle scienze di Parigi nell'anno 1738 da sperienze accuratamente istituite rinvennero, che il suono in un minuto secondo percorre lo spazio di 1172 piedi parigini, il quale è sempre lo stesso in qualunque stato dell'atmosfera, purchè l'aria sia tranquilla.

§. 390. *Cor.* Il perchè si può supporre, che qualora l'aria non si trovi dal vento agitata il suono in un minuto secondo percorra lo spazio di 1100 piedi parigini.

§. 391. *Esp. II.* Il Chiar. Dottor Derham avendo in una vasta pianura praticate con somma accuratezza molte sperienze rinvenne, 1.° che i suoni forti ed i deboli trascorrono spazii uguali in tempi uguali; poichè egli udiva dopo uguali intervalli di tempo tanto lo sparo di un cannone, che i colpi di un martello situato alla medesima distanza, ove ritrovavasi il cannone; 2.° che il moto del suono è uniforme; poichè lo sparo di un cannone situato alla distanza di un

miglio perveniva alle sue orecchie nell'intervallo di 4 minuti secondi e $\frac{5}{8}$, alla distanza di due miglia dopo 9 minuti secondi ed $\frac{1}{4}$, alla distanza di tre miglia dopo 13 minuti secondi e $\frac{7}{8}$, e così successivamente; 3.° che la velocità del suono aumenta o pur diminuisce in virtù di un vento favorevole o contrario; poichè lo sparo di un cannone situato alla distanza di 12 miglia pervenne alle sue orecchie dopo 55 minuti secondi e $\frac{1}{2}$ in tempo che soffiava un vento assai impetuoso, che cospirava col detto rumore; laddove spirando un vento per l'opposta direzione, ma meno impetuoso, lo stesso suono vi pervenne nello spazio di 61 minuti secondi; 4.° che le accelerazioni, ovvero i ritardamenti del suono seguono la ragione delle forze dei venti, che spirano per la medesima o per la direzione opposta a quella, nella quale il suono si propaga; 5.° e che i venti, i quali spirano di traverso, non influiscono a ritardare, ovvero ad accelerare il suono. Ma il Signor Biot da altre sperienze ha rilevato, che la forza del vento risoluta in due altre, di cui una sia perpendicolare e l'altra coincidente colla direzione secondo la quale il suono si propaga ne aumenta o pure ne diminuisce la velocità del suono, secondo che la seconda delle due forze componenti cospiri colla direzione del suono, ovvero sia a tal direzione diametralmente opposta.

§. 392. *Scol.* La distanza fino alla quale il suono si propaga negli strati inferiori dell'atmosfera (§. 387.) dipende dallo stato dell'atmosfera, e dalla maggiore o minore intensità del suono medesimo. In fatti talvolta lo sparo di un cannone si è udito fino alla distanza di 180 miglia Italiane, ed altre volte lo sparo del medesimo cannone appena si è potuto udire alla distanza di 50 miglia.

PROP. III. PROBL.

§. 393. *Esporre la cagione, da cui producesi l' eco.*

Sol. Qualora l' onda aerea prodotta da un corpo sonoro ne incontra un corpo duro ovvero alquanto elastico, essa n' è respinta da tale ostacolo (§§. 128 e 129), e forma l'angolo di riflessione uguale a quello d' incidenza. Onde nella direzione per la quale si riflette il suono debbono riprodursi le onde aeree dopo che furono eccitate le prime. Il perchè nei luoghi posti in tal direzione debbono udirsi il suono diretto ed il riflesso. Un tal suono riflesso è quello, che chiamasi *Eco*. C. B. D.

§. 394. *Cor. I.* Il perchè se il suono riflesso giunge alle orecchie quasi nello stesso istante, in che udissi il suono diretto, i due suoni si confonderanno, e l' eco non si udirà con distinzione. Ma poichè il suono nel tempo di un minuto secondo percorre lo spazio di 1100 piedi parigini in circa (§. 390.), ed in tal tempo si possono con distinzione pronunciare solo tre sillabe; l' è chiaro, che se l' ostacolo, da cui il suono vien riflesso si trovi per 550 piedi di-

stante da colui, che pronuncia distintamente una parola di tre sillabe; il suono di questa parola dovendo percorrere 550 piedi per incontrarne l' ostacolo, ed altri 550 dall' ostacolo insino alle orecchie del medesimo, dovrà distintamente udirsi ripetere appena pronunciata quella parola. Se poi la mentovata distanza sia maggiore di 550 piedi, si potranno udire ripetere parole di più di tre sillabe. Tali echi diconsi *polisillabi*, di cui alcuni, per cagione dell' enorme distanza dell' ostacolo, giungono a ripetere un intiero verso di Virgilio. Ma per aver l' eco monosillabo, bisogna, che la distanza dell' ostacolo sia terza parte di 550 piedi, cioè di circa 183 piedi.

§. 395. *Cor. II.* Qualora una porzione dell' onda aerea prodotta da un corpo sonoro ne incontra un ostacolo, che rifletta il suono, ed un' altra porzione ne incontra un altro ostacolo, che pure rifletta il suono, ma che si trovi più distante del primo dal corpo sonoro; dovranno alle orecchie giungerne i suoni riflessi da quegli ostacoli l' uno dopo dell' altro, e di tali suoni il secondo sarà più debole del primo; poichè ne viene dall' ostacolo più lontano (§. 384.).

§. 396. *Cor. III.* Che se l' onda aerea, che vien riflessa da un ostacolo, ne incontri un altro, che rifletta il suono, potrà questo esserne riflesso dal secondo ostacolo sul primo, e quindi si dovrà udire una continuazione di quel suono, che fu eccitato dal corpo sonoro, fintantochè affievolendosi continuamente le onde aeree rimbalzate dal primo sul secondo ostacolo, e da questo sul primo, non si dovrà più udire il suono, che si produsse dallo stesso corpo. Questa è la ragione per cui i cannoni, che si spa-

rano in un porto di mare, i fucili, che si sparano nei boschi, i tuoni, che scoppiano nell'atmosfera, ec. sentonsi rimbombar per lungo tempo, e ripetersi successivamente con diversi gradi di forza; poichè l'onda aerea, che producesi nei medesimi luoghi da ciascuno di quei rumori, vien successivamente respinta da un ostacolo sopra un altro.

PROP. IV. PROBL.

§. 397. *Indicare la più esatta costruzione del portavoce, detto altrimenti* tromba parlante, *e spiegarne gli usi.*

Sol. Il portavoce, o la tromba parlante, vien costruito di qualche sorta di metallo alquanto elastico, e fassi della forma rappresentata dalla *fig.* 67., di cui la superficie interna della porzione *EAG* è quella di una porzione della sferoide, che si genera dalla rivoluzione di una semiellisse intorno al suo asse maggiore, ed avente per fuoco i punti *r* e *C*, e la superficie interiore dell'altra porzione *MDKL*, che comunica colla prima, fino ai punti *M* ed *R* è quella di una conoide parabolica, che ha per fuoco il punto *C* fuoco della sferoide ellittica, ed il cui asse è per dritto con l'asse di questa; ma dai punti *M* ed *R* è rivolta colla convessità verso l'asse di essa conoide.

Or poichè applicando la bocca in *A*, e parlando a traverso del portavoce si producono le onde aeree per tutte le direzioni; l'è chiaro, che quelle onde, le quali ne incontrano la superficie della sferoide *FEGH* per le direzioni *rE*, *rF*, *rG*, *rH*, ec., per le proprietà dell'el-

lisse e del suono debbano riflettersi per le direzioni EC, FC, GC, HC, ec., che passano per l'altro fuoco C della sferoide; e che è pure fuoco della conoide parabolica $MDKL$; onde esse pervengono ai punti L, K, M, D, ec. come se procedessero dal punto C, e quindi per le proprietà della parabola e del suono. debbono riflettersi per le direzioni LQ, KP, MN, DO, ec. parallele all'asse CB della conoide. Ma eccitandosi dalla voce un fremito, ovvero un' ondulazione nelle particelle del metallo, di cui è formato il portavoce, questo si dovrà comunicare benanche alle particelle del labbro MR dello strumento. Dunque l' onda sonora, che senza il portavoce si produrrebbe intorno intorno al punto A, dovrà avere un movimento maggiore nella colonna di aria, che poggia sul circolo MR qualora si fa uso del portavoce. Il perchè con tal mezzo non solo si può fare udire la voce a maggiori distanze, ma si può benanche far udire a coloro, che trovandosi a giuste distanze hanno l' orecchio difettoso. C. B. F.

§. 398.. *Cor.* E poichè le vibrazioni aeree prodotte da un corpo sonoro qualora non incontrano alcun' ostacolo, da cui ne vengono riflesse, si fanno per direzioni divergenti; l' è chiaro, che coloro, i quali hanno le orecchie assai dure, affinchè possono udire, debbono applicare almeno in una delle orecchie un istrumento tale, che sia atto a riunire dentro del meato uditorio le vibrazioni aeree, che ne incontrano una superficie alquanto grande, e volgere l' apertura di tale strumento verso quella parte donde procedono le stesse vibrazioni. Per tal ragione costruiscesi (*fig. 68.*) la cornetta ABC, che dicesi

cornetta acustica, la quale è vuota al di dentro, ed aperta da ambe le parti, e può farsi di argento, di rame, di ottone, ovvero di latta. Onde applicando la punta *C* di tale strumento nel meato uditorio, e volgendo la base *AB* verso quella parte, donde procede il suono, un'onda aerea diretta per *VD* riflettendosi per *DE*, e quindi per *EF*, dopo molte riflessioni dovrà pervenirne in *C*, ove giungeranno per riflessioni le altre onde aeree, che cadranno direttamente sulla superficie interiore della cornetta. Il perchè nel punto *C* si udirà il suono più intenso e forte.

PROP. V. TEOR.

§. 399. *Qualora una corda tesa si distrae dalla sua direzione, e poi si lasci in libertà; qualunque sia la distrazione, che avrà sofferta, il numero delle vibrazioni, che essa farà in un dato tempo sarà sempre lo stesso.*

Dim. Sia (*fig. 69.*) *ACB* una corda tesa pei suoi estremi *A* e *B*, ed essa si distragga dalla sua direzione in modo che prenda la curvatura *ADB*. Sarà chiaro, che se la corda *ADB* si lasci in libertà essa debba approssimarsi alla direzione *ACB* con maggiore o minor velocità, secondo che maggiore o minore fu la distrazione sofferta. Il perchè se non vi fosse la resistenza dell' aria, e lo stropicciamento della corda intorno ai suoi estremi *A* e *B*, le diverse particelle di questa ne dovrebbero pervenire nella retta *ACB* con velocità valevoli a farle allontanare dalla stessa retta per quanto esse ne distavano trovandosi nella curva *ADB*. Ma a cagio-

ne della resistenza dell' aria e dello stropicciamento della corda intorno agli estremi *A* e *B* di essa, tal corda pervenuta dalla posizione *ADB* nell' altra *ACB* dovrà allontanarsi da questa, e pervenirne nella posizione *AEB*, che è meno distratta dalla direzione *ACB* di quello, che lo era allor che trovavasi nella posizione *ADB*. Collo stesso ragionamento si proverà, che la corda dalla posizione *AEB* debba passarne nella direzione *ACB*, e quindi nell'altra *AdB*, che è meno distratta dalla direzione *ACB* di quello, che lo era in *AEB*, e così successivamente. Il perchè dopo un certo numero di vibrazioni la corda dovrà rimettersi nella posizione *ACB*, dalla quale fu rimossa. Or se la corda dalla posizione *AEB*, nella quale giunse dopo la prima vibrazione, ne passi nell' altra *AdB*, ove pervenne in virtù delle velocità, che le particelle di essa si acquistarono prevenendone nella retta *ACB*; l' è chiaro, che se la stessa corda da principio fosse stata rimossa dalla direzione *ACB* nell'altra *AEB*, e poi lasciata in libertà, essa avrebbe dovuto fare tante vibrazioni per rimettersi in quiete, quante ne fece distraendosi dalla direzione *ACB* nell' altra *ADB* dopo la prima vibrazione. Ma in ciascuno di questi casi le velocità, onde le particelle della corda da una certa posizione ne passano nella retta *ACB*, sono respettivamente tra se uguali. Dunque dovrà essere il tempo, in che nel primo caso la corda fè tutte le sue vibrazioni all'infuori della prima, uguale a quello, in che la seconda ha fatte tutte le sue vibrazioni. Nello stesso modo si potrebbe dimostrare, che se la corda *ACB* ne sia distratta nella posizione *AdB*, il numero delle

vibrazioni, che essa farà, sarà uguale ed eseguito nel medesimo tempo, in che la stessa corda quando ne fu distratta nella direzione *ADB* fè tutte le sue vibrazioni all'infuori delle due prime, ec. Il perchè qualora una corda distesa si distrae dalla sua posizione, e poi si lasci in libertà, qualunque sia la distrazione, che avrà sofferta, il numero delle vibrazioni, che essa farà in un dato tempo sarà sempre lo stesso. C. B. D.

§. 400. *Esp. III.* Se una corda lunga 96 piedi sia tesa in modo che distratta, e poi lasciata in libertà, faccia una sola vibrazione nel tempo di un minuto secondo; la metà della medesima corda tesa nello stesso modo farà due vibrazioni nel tempo di un minuto secondo, la terza parte ne farà tre, la quarta parte ne farà quattro, ec.

§. 401. *Cor.* Dunque i numeri delle vibrazioni, che eseguono due corde della stessa materia, di uguali diametri, ed ugualmente tese, sono tra se nella ragione inversa delle lunghezze delle corde, e le durate delle vibrazioni sono nella ragione delle lunghezze delle stesse corde.

§. 402. *Esp. IV.* Se due corde della stessa materia sieno ugualmente tese, e di uguali lunghezze, e si distraggano dalle loro posizioni, e poi si lascino in libertà; la prima di esse farà una sola oscillazione mentre l'altra ne farà due, se il diametro della prima sia doppio di quello della seconda; ma la prima farà una sola vibrazione mentre l'altra ne farà tre, se il diametro della prima sia triplo di quello della seconda, ec.

§. 403. *Cor.* Dunque i numeri delle vibrazioni, che si fanno da due corde della stessa

materia, di uguali lunghezze, ed ugualmente tese, sono tra se nella ragione inversa dei diametri di esse corde, e le durate di due vibrazioni di quelle corde debbono essere nella ragione di quei diametri.

§. 404. *Esp. V.* Se due corde della stessa materia, di uguali diametri, ed ugualmente lunghe, sieno tese da disuguali pesi, e si distraggano dalle loro posizioni, e poi si lascino in libertà; i numeri delle oscillazioni, che esse faranno in un medesimo tempo, saranno come le radici quadrate dei pesi, da cui ne sono stirate.

§. 405. *Cor.* Il perchè le durate delle vibrazioni, che fanno due corde della stessa materia, di uguali diametri, ed ugualmente lunghe, sono nella ragione inversa delle radici quadrate dei pesi, che le stirano.

PROP. VI. TEOR.

§. 406. ***Le durate delle vibrazioni, che si fanno da due corde della stessa materia, sono tra se in ragion composta delle lunghezze di esse corde, dei loro diametri, e dell' inversa delle radici quadrate dei pesi, che le stirano.***

Dim. Sieno L ed l le lunghezze delle proposte corde, i cui diametri sieno D e d, e P e p i pesi, che le stirano, e si dinotino con T e t i tempi delle vibrazioni di esse corde. Intanto si dinoti con T' il tempo di una vibrazione di quella corda, che avendo la lunghezza uguale ad L abbia il diametro uguale a d, e ne sia tesa dal peso P, e sia T'' il tempo di una vibrazione di quell' altra corda, che avendo il diametro uguale a d, e la lunghezza uguale ad

L ne sia tesa dal peso p. Sarà chiaro, che debba stare (§. 403.) $T : T' :: D : d$, (§. 405.) $T' : T'' :: \sqrt{p} : \sqrt{P}$, e (§. 401.) $T'' : t :: L : l$. Dunque, componendo le prime e le seconde ragioni di queste analogie, si avrà $(T : T')(T' : T'')(T'' : t) :: (D : d)(L : l)(\sqrt{p} : \sqrt{P})$; cioè $T : t :: \frac{DL}{\sqrt{P}} : \frac{dl}{\sqrt{p}}$. C. B. D.

§. 407. *Cor. I.* Dunque 1.° i pesi, da cui ne sono stirate due corde, sono tra se in ragion composta della inversa dei quadrati dei tempi delle oscillazioni, della diretta dei quadrati dei diametri di esse corde, e della diretta dei quadrati delle loro lunghezze. 2.° Le lunghezze di due corde sono tra se in ragion composta della diretta dei tempi delle vibrazioni, della diretta delle radici quadrate dei pesi, che le stirano, e dell' inversa dei loro diametri.

§. 408. *Cor. II.* Il perchè coll' aumentare o diminuire la tensione di una corda, o col diminuirne o aumentarne la lunghezza, si può fare, che la durata di una sua oscillazione stia alla durata dell' oscillazione di un' altra corda in una data ragione. La prima di queste cose in taluni strumenti a corde si esegue solo col mezzo dei bischeri, ed in altri strumenti, dopo averli accordati coll' aumentare o diminuire le tensioni di alcune corde per mezzo dei bischeri, allor che si suona si mantengono ferme talune corde applicando le dita in taluni punti per diminuirne le lunghezze di esse.

§. 409. *Esp. VI.* Se una corda nel tempo t faccia una sola vibrazione, facendosi oscillare questa corda, essa farà vibrare tutte le altre, di

cui ciascuna nel medesimo tempo fa una sola vibrazione; laddove le rimanenti restano immobili, quantunque si trovano più prossime alla prima.

§. 410. *Cor.* Il Conte Giordano Riccati del precedente fenomeno dà la seguente spiegazione. Qualora distraesi una corda dalla sua direzione, e poi si abbandoni a se liberamente, essa in un certo tempo fa una sola vibrazione, la quale dalla corda si comunica all' aria adjacente. Dunque ciascuna vibrazione può di nuovo comunicarsi dall' aria alla stessa corda, o ad altra, che sia capace di fare nello stesso tempo una sola vibrazione; ma non si dovrà comunicare a quelle, le cui vibrazioni si eseguono in tempi maggiori, o minori; poichè eccitandosi appena dei movimenti in queste corde, tali movimenti ne verranno distrutti dalle altre ondulazioni prodotte dalla prima corda, le quali si fanno in tempi minori o maggiori. Questa spiegazione può ugualmente applicarsi al movimento, che ricevono alcuni corpi, allor che producesi un suono nell' atmosfera, mentre altri corpi restano immobili.

§. 411. *Esp. VII.* Qualora i tempi delle vibrazioni di due corde sono tra se uguali, esse corde producono lo stesso tuono, se comunque distraggansi dalle loro posizioni, e poi si lascino in libertà.

§. 412. *Cor.* Dunque il tuono, che vien prodotto da una corda, dipende dalla lunghezza di essa corda, dal suo diametro, e dal peso, che la stira (§. 406.); laddove la forza o la debolezza di quel tuono producesi dalla maggiore o minor distrazione di essa corda in ciascuna vibrazione.

§. 413. *Esp. VIII.* Qualora due o più cor-

de eseguono un diverso numero di vibrazioni nel medesimo tempo, esse producono diversi tuoni, se comunque distraggansi dalle loro posizioni, e poi si lascino in libertà.

§. 414. *Cor.* Dunque la diversità dei tuoni formati da più corde dipende dalla diversa durata delle loro vibrazioni, in modo che le vibrazioni di maggiori durate producono i tuoni più gravi, e quelle di minori durate i tuoni più acuti.

§. 415. *Esp. IX.* Da accurate sperienze istituite da valenti Fisici si è rilevato, che il tuono più grave, che può ottenersi da una corda tesa, si ha quando in tempo di un minuto secondo essa corda fà 32 semivibrazioni, e che facendone un minor numero non si ode suono distinto, ma una specie di fremito, o rumore confuso; laddove l'acutezza del tuono si accresce a misura che si aumenta il numero delle semivibrazioni fatte in un minuto secondo, e 'l tuono più acuto, che le nostre orecchie possono percepire sembra essere quello nel quale la corda esegue 8192 semivibrazioni nel tempo di un minuto secondo.

§. 416. *Scol.* Le verità finora esposte relativamente alle vibrazioni delle corde sono benanche applicabili ai diversi tuoni, che si ottengono negli strumenti da fiato. Il Chir. Signor Eulero è stato il primo, che abbia somministrato ai Fisici dei gran lumi su questo argomento. Il suono negli strumenti da fiato vien prodotto dal cilindro di aria, che trovasi in essi racchiuso, e che può considerarsi come una corda, la cui tensione adegua il peso della colonna di aria, che preme contro la sua base. Tal che un ci-

lindro di aria di una data massa e di una data lunghezza produce lo stesso tuono di una corda della stessa massa, della medesima lunghezza, e di cui il peso, che la distende pareggia il peso della colonna di aria, che ha per base la base di quel cilindro, e per altezza la distanza di essa base dal supremo strato dell' atmosfera. Il perchè qualora la pressione dell' atmosfera aumenta o pur diminuisce, il tuono di un cilindro aereo negli strumenti da fiato rendesi più o meno acuto (§. 405.). In fatti si osserva, che quando quel cilindro è riscaldato dal fiato, non altrimenti che nei cangiamenti dell' atmosfera, produce una qualche differenza nell' acutezza, o nella bassezza del tuono, che esso esprime. Ma la lunghezza di una colonna di aria in uno strumento da fiato vien determinata dalla distanza dell' imboccatura di esso strumento dal foro laterale, che si tiene aperto; poichè per tal foro le vibrazioni eccitate in quella colonna si comunicano all' aria esteriore.

CAP. III.

DEGLI ORGANI DELLA VOCE, E DELL' UDITO.

PROP. VII. PROBL.

§. 417. *Descrivere l' organo della voce, ed indicare il modo, onde questa si produce.*

Sol. I. Dal seno delle fauci prende principio una specie di tubo (*fig. 70.*) *A*, che è formato di cartilagini e di muscoli, e che dicesi *laringe*, di cui i lembi superiori son coperti da due legamenti trasversali, che sogliono dirsi *cor-*

de vocali, le quali a guisa di due labbra lasciano una picciola apertura, che dicesi *glottide*, a cui è sopprapposta una linguetta cartilaginosa *a*, che dicesi *epiglottide*.

II. L'epiglottide trovasi alquanto sollevata per rendere libera la respirazione; ma si chiude soltanto allor che s'inghiottiscono i cibi e le bevande, che debbono necessariamente passarvi al di sopra per introdursi nell' *esofago*, o sia nel canale, che conduce al ventricolo.

III. Attaccasi immediatamente alla laringe, e forma con essa un canale continuato la *trachèa B*, o sia un tubo conico, detto altrimenti *asperarteria*, che vien formato da tanti anelli cartilaginosi irregolari, tra se congiunti per mezzo di una membrana elastica. Un tal tubo giunto nella cavità del petto dividesi in due rami principali *b*, *c*; che diconsi *bronchii*, i quali introducendosi uno nel lobo destro *D*, e l'altro nel sinistro *E* dei polmoni, diramansi in infiniti tubolini, che vansi assottigliando fino a divenir capillari.

Or l'aria espirata, per la compressione dei vasi aèrei pulmonari traversando la glottide, e vibrando le corde vocali, genera i diversi suoni, che vengono poi modificati, in diverse guise dai varii moti della lingua, dalla cavità del palato, dall' azione dei denti, e delle labbra, donde producesi la voce. C. B. F.

PROP. VIII. PROBL.

§. 418. ***Esporre una breve descrizione dell' organo dell' udito, e dichiarare in qual modo si eccita in noi la sensazione del suono.***

Sol. I. L' organo dell' udito è l' *orecchio*, che dividesi in tre parti principali, le quali diconsi *cavità esteriore*, *cavità media*, e *cavità interiore*. La cavità esteriore è visibile a ciascuno, e consiste nell' *orecchio* volgarmente detto *AB* (*fig. 71.*), e nel *meato uditorio CD*, che è un canale alquanto tortuoso, il quale in parte è osseo, ed in parte cartilaginoso, e dalla natura vien fornito di una certa spezie di cerume di colore e consistenza di cera gialla, e di sapore molto amaro. Un tal cerume è atto ad arrestare qualunque insetto, o altro corpo straniero, che potrebbe offendere in qualche parte un organo tanto delicato, a serbare in una certa morbidezza il canale dell' udito, e forse anche a moderare il soverchio impeto delle onde sonore negli strepiti violenti.

II. Il fondo del meato uditorio *CD* è intieramente chiuso da una tenuissima membrana *e*, che dicesi *membrana del timpano*, la quale costituisce il termine della cavità esteriore.

III. Alla cavità esteriore succede la *media e4*, che dicesi pure *cassa del timpano*, per avere la figura della cassa di un tamburo, su cui è distesa la membrana del timpano (n.° II), guernita della sua corda *rn*, che l' attraversa.

IV. Dalla cavità media prende principio un foro, il quale è continuato in una specie di tubo conico *rH*, e va poi a comunicare colle fauci. Un tal tubo vien chiamato *tromba eustachiana* per essere stato scoperto dal Celebre Eustachio. La cassa del timpano dev' esser ripiena di aria, che si dee equilibrare coll' aria esteriore.

V. Alla cassa del timpano segue la terza cavità *KL*, che dicesi *interiore*, ed anche *la-*

berinto, per cagione dei varii andirivieni, che in essa vi sono. Il laberinto si divide (*fig.* 72.) nei *canali semicircolari* *M*, *N*, *O*, nella *chiocciola PQ*, e nel *vestibolo RS*, ove vanno a terminare tanto i canali semicircolari *M*, *N*, *O*, che la chiocciola *PQ*.

VI. La chiocciola è un canale *PQ* di forma spirale, diviso nella direzione della sua lunghezza da un tramezzo osseo, e membranoso, che dicesi *lamina spirale*, da cui la stessa chiocciola vien divisa in due canali diversi; dei quali uno va a terminare nel vestibolo *RS*, e dicesi perciò *scala del vestibolo*, e l'altro va a terminare nella cassa del timpano; e dicesi per tal ragione *scala del timpano*. Il foro *F*, che aprendosi nella cassa del timpano, costituisce il termine della scala del timpano, chiamasi *forame rotondo*.

VII. Nel vestibolo *RS* evvi un altro foro *T*, il quale comunica similmente colla cassa del timpano, e riceve il nome di *foro ovale*. Un tal foro, al par del rotondo, è coperto da una membrana sottilissima, che da taluni vien chiamata *velo membranoso*.

VIII. I tre canali semicircolari, ugualmente che i due della chiocciola, e 'l vestibolo, sono rivestiti in tutta la loro lunghezza da una polpa nervosa, che nella *fig.* 73. vien rappresentata da *RMNO*, e che vien somministrata dalla parte molle *VR* del nervo acustico, pel cui mezzo trasmettesi all' anima la sensazione del suono. Il valentissimo Signor Cotunnio scoprì, che nello stato naturale i canali semicircolari, al par del vestibolo, e della chiocciola, trovansi ripieni di acqua, il cui uso quaggiù sarà dichiarato.

IX. Nella cassa del timpano vi sono quattro piccioli ossetti 1, 2, 3, 4, che chiamansi respettivamente *martello*, *incudine*, *staffa*, ed *osso orbicolare*, per la somiglianza, che hanno con questi ordigni, ed essi veggonsi distintamente delineati nella *fig. 74*. La testa del martello 1 è aderente alla membrana del timpano: gli succede poscia l'incudine 2, e tra questa e la staffa 4 si frappone l'osso orbicolare 3. La staffa è talmente situata, che va a turare colla sua base il foro ovale *T*.

Or la sensazione del suono è probabilmente preceduta dalle seguenti operazioni fisiche. Le vibrazioni dell'aria, rese forse più vigorose ed intense per le riflessioni prodotte dalle pareti dell'esterna cavità dell'orecchio, urtano la membrana del timpano, che vibrandosi comunica le sue vibrazioni all'aria interna, non che al martello ed agli altri ossetti. Per le vibrazioni di questi ossetti il foro ovale ne viene alternativamente aperto e chiuso dalla staffa. Il perchè si comunica al velo membranoso, da cui è coperto il foro ovale, tanto il moto degli ossetti, che la vibrazione dell'aria, la quale si comunica pure al velo, che copre il forame rotondo. Questi movimenti dal velo membranoso si comunicano all'acqua del laberinto, e quindi, senza saper come succede, alla sostanza nervosa, da cui si desta nell'anima la sensazione del suono.

Quantunque sembri molto probabile, che la sensazione del suono si ecciti in noi nel modo quassù indicato; pur non di meno credesi da taluni, che tal sensazione si ecciti mercè un meccanismo finora ignoto. In fatti dalle osservazioni patologiche vien dimostrato, che si ascol-

tano i suoni, quantunque molto debolmente, 1.° quando manca il timpano, o trovasi perforato, 2.° quando manca alcuno dei quattro ossetti, 3.° quando questi sono disarticolati. Ed è poi noto dalle sperienze del Dottor Wollaston, che la rarefazione dell' aria nella cavità del timpano rende gli uomini sordi ai suoni molto gravi, e che relativamente ai suoni acuti, vi sono molti, che non li avvertono in una circostanza, ed altri in un' altra, senza poterne conoscere la ragione. Credesi perciò da altri, che la parte principale dell' organo dell' udito sia la lamina spirale (*fig.* 73.) *XZ*, la quale fa due rivoluzioni e mezza intorno alla chiocciola. Or siccome il primo giro è più ampio del secondo, e questo più del terzo, così pure le fibre trasversali di essa lamina vanno scemando in lunghezza. Onde per cagione delle diverse tensioni di queste fibre, e delle diverse lunghezze, sono esse capaci di oscillare in tempi disuguali (§§. 401, e 405.). Il perchè il suono eccitato da un corpo sonoro, giungendo fin dentro il laberinto nel modo poc' anzi indicato, dee produrre simili vibrazioni soltanto in quelle tali fibre della lamina spirale, che possono oscillare in tempi eguali a quelli delle vibrazioni del corpo sonoro (§. 410.), e quindi si eccita in noi la sensazione di quel suono. Onde avviene, che trovandoci ad udire la musica fatta in un orchestra, da cui ci troviamo a qualche distanza, possiamo contemporaneamente distinguere i suoni dei differenti strumenti, che vi si suonano (§. 388.). C. B. D.

§. 419. *Cor.* Qualora le onde sonore eccitate nell' aria esteriore non possono farsi strada pel meato uditorio si trasmettono per la tromba

eustachiana nella cassa del timpano. Onde avviene, che la Natura insegna a' sordastri, ed a coloro, che sono anziosi di sentir bene qualche racconto, di tener la bocca aperta per poter meglio udire il suono. A ciò volle alludere Virgilio allor che disse: *Conticuere omnes, intentique ora tenebant.*

FINE DEL PRIMO VOLUME.



INDICE

Prefazione. Pag. III

LIBRO PRIMO.

DELLA MECCANICA. 5

Cap. I. *Nozioni preliminari.* id.
Cap. II. *Delle proprietà generali della materia.* 7
Cap. III. *Delle differenti specie di moti, di quiete, e di velocità.* 16
Cap. IV. *Del moto equabile.* 21
Cap. V. *Dei moti variabili uniformemente accelerato, ed uniformemente ritardato.* 25
Cap. VI. *Delle forze.* 32
Cap. VII. *Delle tre leggi del moto.* 41
Cap. VIII. *Della composizione e risoluzione delle forze.* 44
Cap. IX. *Dei movimenti riflesso e rifratto.* 54
Cap. X. *Generali considerazioni sulle forze centripete, o della gravità terrestre.* 61
Cap. XI. *Della libera discesa dei gravi per piani declivi.* 67
Cap. XII. *Generali considerazioni sul moto dei corpi, che nei mezzi liberi si aggirano intorno agli immobili centri delle forze.* 75

LIBRO SECONDO.

DELLA STATICA. 88

Cap. I. *Nozioni preliminari.* id.
Cap. II. *Dell'equilibrio delle macchine semplici.* 97

Cap. III. *Dell' equilibrio delle macchine composte.* 114
Cap. IV. *Della resistenza, che soffrono le macchine allor che son prossime a muoversi.* 118
Cap. V. *Del centro di gravità.* 125

LIBRO TERZO.

DELL' IDRODINAMICA. 130

Cap. I. *Nozioni preliminari.* id.
Cap. II. *Dell' equilibrio dei fluidi.* 132
Cap. III. *Dei solidi, che immergonsi nei fluidi omogenei.* 141
Cap. IV. *Della velocità, onde i fluidi sgorgono per determinati orifizii.* 154
Cap. V. *Dell' aria atmosferica considerata come fluido elastico.* 160

LIBRO QUARTO.

DELL' ACUSTICA. 181

Cap. I. *Dell' origine del suono, e del modo, ond' esso si propaga.* id.
Cap. II. *Della velocità ed estensione del suono, dell' eco, e dei mezzi, che ne bisognano per aumentare l' intensità del suono.* 190
Cap. III. *Degli organi della voce, e dell' udito.* 204

Pag.	lin.	ERRORI	CORREZIONI
20	31	*BC*	*BD*
53	4	emogenea	omogenea
78	4	la *DS*	la *DG*
84	23	*ATB*	*ATS*
135	28	ragione inversa della	ragione della

PRESIDENZA DELLA GIUNTA PER LA PUBBLICA ISTRUZIONE.

Vista la dimanda del Tipografo Sangiacomo, con la quale chiede di voler stampare l' opera intitolata : *Instituzione di Fisica sperimentale* di D. Gabriele Fergola.

Visto il favorevole parere del Regio Revisore Signor D. Romualdo de Luca.

Si permette, che l'indicata opera si stampi, però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuta nel confronto uniforme la impressione all' originale approvato.

Il Presidente
M. Colangelo.

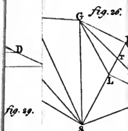
Pel Segretario Generale
L'Aggiunto
Antonio Coppola.

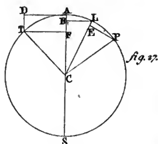
fig. 14.

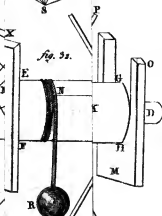
fig. 19.

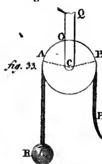


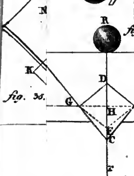
NAZIONALE
VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

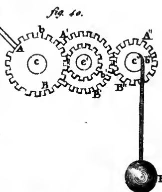

fig. 26.
G
D
T
L
S
fig. 29.


D
A
B
L
T
F
E
P
fig. 27.
C
S

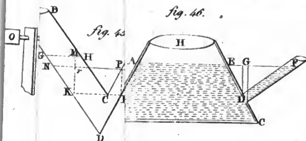

P
X
fig. 32.
E
N
G
O
D
F
H
M
R

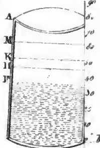

Q
O
A
B
fig. 33.
C
P
R

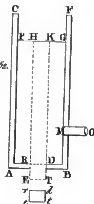

N
R
K
D
fig. 36.
G
H
C

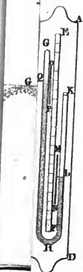

fig. 40.
A
c
B
c'
B'
c''
B''
P

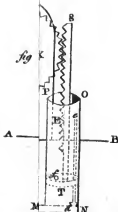

NAZIONALE VITTORIO E.M.
NAPOLI

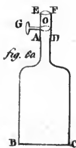

fig. 45
fig. 46.
O
B
G
M
H
N
r
P
A
K
C
I
D
H
E
G
F
D
C


A
M
K
H
F
T
S

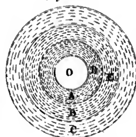

fig. 52.
C
F
P
H
K
G
M
O
R
D
A
B
E
T
r
d
e
t

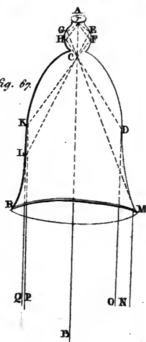

A
E
G
G
Q
K
P
M
L
N
H
D


fig
K
S
P
O
E
e
A
B
T
M
d
N


E
F
G
O
A
D
fig. 60.
B
C


BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" -
NAPOLI


fig. 66.
O
D
E
A
B
C


fig. 67.
A
G
E
H
F
C
K
D
L
R
M
Q
P
O
N
B

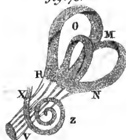

fig. 73.
O
M
R
N
X
Z
V


fig. 74.
1
2
3
4


NAPOLI



